MatDis Exos4 **Nier et contraposer** 03/09 L1M

# Nier et contraposer

## 1. Nier

a) Discuter un contexte plausible et nier les énoncés suivants (il n'est pas interdit de se demander s'ils sont vrais) :

$\forall n, p \in \mathbf{N}, \binom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$; $\sin x = 0 \Rightarrow \exists k \in \mathbf{Z}, x = k\pi$; $\forall x \in \mathbf{R}, \cos x = 1 \Rightarrow \exists k \in \mathbf{Z}, x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$;

$\forall x \in I, f(x) > 0$; $\exists x \in I, f'(x) > 0$; $\forall x, y \in I, x \leq y \Rightarrow x^2 \leq y^2$; $\forall x, y \in I, x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$.

b) Choisir, pour chacun des énoncés suivants, un contexte et une interprétation plausibles, puis donner la négation formelle de l' énoncé en question :

- $n$ est pair; $n$ est un multiple de $p$; $n$ divise $p$; $n$ est premier; $n$ et $p$ sont premiers entre eux;

- $I$ est un intervalle; $I$ est borné; $I$ et $J$ sont disjoints; $I$ et $J$ sont égaux; $I$ est ouvert;
- sur $I$, $f$ est majorée par $g$; $f$ est croissante; $f$ et $g$ sont égales; $f$ est constante;

- $f$ est monotone sur $I$; sur $I$, $f$ garde un signe fixe; $f$ est majorée; $f$ est continue en $a$;

- $u$ est périodique; $u$ est une suite arithmétique; $u$ et $v$ encadrent $w$; $u$ et $v$ sont équivalentes;

- $f$ est injective; $f$ est surjective; $f$ est bijective;

- $f$ est linéaire; $P$ est un sous-espace vectoriel; $\operatorname{Ker} f$ est réduit à zéro;

- tout nombre entier est somme de cinq carrés; entre deux cubes consécutifs, il y a toujours un carré;

- il y a une infinité de nombres premiers; tout nombre est somme de deux nombres premiers.

## 2. Respecter l'ordre des quantificateurs

On considère les deux énoncés suivants :

$$\exists T \in \mathbf{R}^*, \forall x \in \mathbf{R}, f(x+T) = f(x); \qquad \forall x \in \mathbf{R}, \exists T \in \mathbf{R}^*, f(x+T) = f(x).$$

Préciser un contexte plausible, montrer que l'un de ces deux énoncés implique l'autre et qu'ils ne sont pas équivalents.

## 3. Formuler la réciproque puis la contraposée

$\forall x, y \in I, x \leq y \Rightarrow x^2 \leq y^2$; $\forall x, y \in I, x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$; $\forall x, y \in I, x \neq y \Rightarrow x^4 \neq y^4$.