

# MatDis Exos3 **Connecteurs, quantificateurs et tactiques associées**

16/02/09 L1M

## 1. **Expliciter un connecteur ou un quantificateur**

a) Indiquer un bout de preuve faisant progresser chacun des buts suivants, et indiquer l'évolution correspondante de la preuve.

$x \leq 3 \Rightarrow f(x) = 1$ ,  $x \leq 3$  et  $y^2 \leq 4$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq M$ ,  $f$  est croissante ou  $f$  est décroissante,  $f$  est dérivable et  $f'(3) = e$ ,  $x \leq y \iff f(x) \leq f(y)$ .

b) Indiquer s'il y a lieu un bout de preuve correspondant à l'explicitation de chacune des hypothèses suivantes, et indiquer l'évolution correspondante de la preuve.

$x \leq 3$  ou  $y^2 \leq 4$ ,  $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) = 1$ ,  $f$  est croissante ou  $f$  est décroissante,

## 2. **Expliciter un symbole**

Dans chacune des formules suivantes, expliciter le symbole indiqué :

$\in$  dans  $a + 1 \in \{x \in \mathbf{R} \mid x^3 - x + 1 = 0\}$

$\in$  dans  $x^3 - x + 1 \in \{a^2 + b^2 \mid a, b \in \mathbf{N}\}$

$\notin$  dans  $\ln a \notin \{x^2 \mid x \in \mathbf{R}\}$

$\subset$  dans  $A \subset \{x \in \mathbf{R} \mid x^n \geq x\}$

$\subset$  dans  $\{x \in \mathbf{R} \mid \forall n \in \mathbf{N}, x^n \geq x\} \subset B$

$\subset$  dans  $\{x^2 + x + m \mid x \in \mathbf{R}\} \subset C$

$=$  dans  $[e, \pi[ = B \cup C$

$\cup$  dans  $[e, \pi[ = B \cup C$

$[\cdot[$  dans  $[e, \pi[ = B \cup C$

$\bar{\cdot}$  dans  $[0, \infty[ \subset \bar{B}$

## 3. **Propriétés de l'intersection et de la réunion**

Formaliser puis démontrer chacun des énoncés suivants :

- Si deux parties sont incluses dans une même troisième, il en est de même de leur réunion.
- Si une partie est incluse dans deux autres, elle est aussi incluse dans leur intersection.
- Pour qu'une partie soit incluse dans la réunion de deux autres, il suffit qu'elle soit incluse dans l'une des deux.
- Pour qu'une partie soit incluse dans l'intersection de deux autres, il faut qu'elle soit incluse dans chacune des deux.
- L'intersection de deux parties quelconques est incluse dans leur réunion.
- L'intersection de deux parties est incluse dans chacune d'elles.
- Le complémentaire d'une intersection est égal à la réunion des complémentaires.