## Licence 3 de Mathématiques, Université de Nice Sophia-Antipolis,

Equations différentielles, Fiche 5

Points stationnaires dans le cas des systèmes linéaires  $2 \times 2$ .

## Exercice 1 (Solutions périodiques)

Soit  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$  telle que det  $A \neq 0$ . A quelle condition sur A, le système Y' = AY admet-il des solutions périodiques ?

## Exercice 2 (Allure de trajectoires)

Donner l'allure des trajectoires des systèmes suivants

a) 
$$\begin{cases} 5x' - 8x + 9y = 0, \\ 5y' - 6x + 13y = 0, \end{cases}$$
 b) 
$$\begin{cases} 3x' + 7x - 5y = 0, \\ 3y' + 2x + 5y = 0, \end{cases}$$
 c) 
$$\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = x + 2y, \end{cases}$$
 d) 
$$\begin{cases} x' + 2x - 2y + 2 = 0, \\ 2y' - x + 4y - 7 = 0. \end{cases}$$

## Exercice 3 (Solutions tendant vers 0)

A quelle condition sur  $\alpha \in \mathbb{R}$ , les solutions non nulles  $t \mapsto (x(t), y(t))$  du système  $\begin{cases} x' = -x + \alpha y, \\ y' = x + 2y, \end{cases}$  tendent-elles toutes vers (0,0) quand  $t \to +\infty$ ?