

(Première période : septembre-octobre 2016).

**Lundi 05/09**

Rentrée. Prise de contact. Présentation du programme de l'année.

✂ **Chapitre 1. Compléments sur les espaces vectoriels, les endomorphismes et les matrices.**

**I. Quelques rappels d'algèbre linéaire.**

Polycopié à trous à remplir.

**II. Produit en nombre fini d'espaces vectoriels.**

**III. Somme et somme directe de sous-espaces vectoriels.**

★**DEVOIR LIBRE 1.**

**Mercredi 07/09**

Interrogation sur le programme de première année : développements limités, séries numériques, équations différentielles, algèbre linéaire.

Définition et caractérisation de la somme directe de deux puis de plusieurs sous-espaces vectoriels.

Caractérisation de la supplémentarité en dimension finie.

Des exemples.

Formule de Grassmann et caractérisation de la supplémentarité en dimension finie.

Existence d'un supplémentaire en dimension finie.

Base adaptée à un sous-espace vectoriel.

Caractérisation d'une application linéaire sur les sev d'une décomposition en somme directe.

**IV. Matrices et endomorphismes.**

**IV.1. Rappels : structure de l'ensemble des matrices.**

**Jeudi 08/09**

**IV.2. Polynômes d'une matrice, d'un endomorphisme.**

Applications des polynômes annulateurs :

A) Calcul de l'inverse d'une matrice, de la réciproque d'un automorphisme.

★**DEVOIR LIBRE 2.**

**TD 0 Feuille exercices de révision de sup**

(suite) ►

Lundi 12/09

B) Calcul des puissances d'une matrice, d'un endomorphisme.

**IV.3. Opérations par blocs.****IV.4. Sous-espaces vectoriels stables, endomorphisme induit.**

Sous-espace vectoriel stable par un endomorphisme.

Endomorphisme induit.

Image et noyau stables pour deux endomorphismes qui commutent.

Base adaptée à un sous-espace stable et matrice dans cette base.

Généralisation à une somme directe de sous-espaces vectoriels stables.

Matrices diagonales par blocs.

**IV.5. Similitude de matrices.**

TD0+TD1

Mercredi 14/09

**IV.6. Trace.**

Définition.

La forme linéaire trace.

Trace d'un produit de matrices carrées.

Trace de matrices semblables.

Trace d'un endomorphisme.

**V. Déterminant.****V.1. Rappels de première année (poly).****V.2. Méthodes pratiques de calcul d'un déterminant.****V.3. Exemples de calculs de déterminants.**

Par blocs, tridiagonaux, Vandermonde, circulants.

**VI. Formes linéaires et hyperplans en dimension finie.**

Définition. Caractérisation d'un hyperplan par forme linéaire ou par une équation linéaire.

Fin du chapitre 1.

Jeudi 15/09

✂ **Chapitre 2. Séries numériques.****I. Rappels sur les séries numériques.****I.1. Définitions, sommes partielles, restes, convergence absolue.****I.2. Exemples de séries numériques.**

- a) Séries géométriques.
- b) Séries télescopiques.
- c) Séries harmoniques.
- d) Séries harmoniques alternées.
- e) Séries de Riemann.

★**DEVOIR LIBRE 3.**

TD1

(suite) ►

Lundi 19/09

**I.3. Les théorèmes pour des séries à termes positifs.**

Caractérisation de la convergence d'une série à termes positifs par la suite des sommes partielles.  
Théorèmes de comparaison (majoration, grand o, petit o, équivalent).

Règle du " $n^\alpha u_n$ ".

Théorème : la convergence absolue implique la convergence.

**I.4. L'espace vectoriel des séries convergentes.****I.5. Cas des séries complexes.**

Utilisation des parties réelles et imaginaires.

**I.6. Quelques exercices d'application.****II. Comparaison série-intégrale.**

Définition (rapide) de fonction positive intégrable.

Théorème de comparaison série-intégrale pour une fonction positive.

Majorations des restes pour les séries de Riemann.

TD 1

Mercredi 21/09

**III. Formule de Stirling.****IV. Règle de D'Alembert.****V. Critère spécial des séries alternées (CSSA).****VI. Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.**

Définition du produit de Cauchy de deux séries numériques.

Convergence absolue du produit de Cauchy de deux séries numériques absolument convergentes.

Lien entre fonction exponentielle complexe et série numérique.

Application au produit de deux séries exponentielles.

**VII. Plan d'étude d'une série.**

Des exercices d'application.

Fin du chapitre 2.

**✘ Chapitre 3. Intégration des fonctions continues par morceaux sur un segment.****I. Rappels de première année : cas des fonctions continues.****I.1. Linéarité.****I.2. Positivité.****I.3. Croissance.****I.4. Inégalité de la moyenne.****I.5. Relation de Chasles.****I.6. Intégrale nulle d'une fonction positive et continue.**

Jeudi 22/09

**I.7. Théorème fondamental de l'analyse.****I.8. Intégration par parties.****I.9. Changement de variable.****I.10. Formule de Taylor avec reste intégral.****I.11. Extension aux fonctions à valeurs complexes.****★DEVOIR LIBRE 4.****II. Définition et propriétés des fonctions continues par morceaux.**

Propriétés de limites.

Espace vectoriel des fonctions continues par morceaux.

Caractère borné des fonctions continues par morceaux sur un segment.

TD1+TD2

(suite) ►

Lundi 26/09

*III. Construction de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux.*

*IV. Propriétés de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux.*

Généralisation des résultats du paragraphe I.

*V. Extension des résultats aux fonctions continues par morceaux à valeurs complexes*

Inégalité de Cauchy-Schwarz.

*VI. Sommes de Riemann.*

*VII. Intégration et dérivation.*

Fin du chapitre 3.

✘ **Chapitre 4. Intégrales généralisées.**

*I. Intégrales généralisées sur  $[a, +\infty[$ . Exemples.*

Définition de la convergence d'une intégrale généralisée (ou impropre).

Lien avec une primitive.

**TD2**

Mercredi 28/09

★**DEVOIR SURVEILLE 1.**

Jeudi 29/09

*II. Intégrales généralisées sur un intervalle quelconque.*

Intégrales de Riemann. Intégrales de référence.

Caractère asymptotique de l'intégrale généralisée.

Relations de Chasles.

Cas particulier des fonctions complexes : utilisation des parties réelles et imaginaires.

★**DEVOIR LIBRE : retravailler le DS1.**

**TD2**

*(suite) ►*

**Lundi 03/10****III. Propriétés des intégrales généralisées.**

- III.1. Linéarité.
- III.2. Positivité.
- III.3. Croissance.
- III.4. Relation de Chasles.
- III.5. Changement de variable.
- III.6. Intégration par parties.

**TD2****Mercredi 05/10****IV. Intégrales absolument convergentes. Fonctions intégrables.****IV.1. Définitions et propriétés.**

Absolue convergence d'une intégrale impropre.  
Théorème : la convergence absolue implique la convergence.  
Réciproque fausse.  
Fonction intégrable.  
Inégalité de la moyenne.

**IV.2. Théorèmes de comparaison.**

Théorèmes de comparaison (majoration, grand o, petit o).  
Règles des équivalents.

**IV.3. Intégrale nulle d'une fonction intégrable et continue.****Jeudi 06/10****IV.4. Espace vectoriel des fonctions continues par morceaux et intégrables.****IV.5. Espace vectoriel des fonctions continues de carré intégrable.**

Espace vectoriel des fonctions continues de carré intégrables.  
Produit de deux fonctions continues de carré intégrables.  
Définition générale de norme, rappel sur le produit scalaire euclidien.  
Produit scalaire canonique sur l'espace vectoriel des fonctions continues de carré intégrables.  
Inégalité de Cauchy-Schwarz.

**TD2***(suite) ▶*

Lundi 10/10

**V. Quelques exercices.**

Fin du chapitre 4.

✘ **Chapitre 5. Espaces vectoriels normés.****I. Normes et distances.****I.1. Définitions.****I.2. Exemples de normes.**

- A) Normes sur  $K^n$ ,
- B) Normes sur un espace vectoriel de dimension finie,

TD2+TD3

Mercredi 12/10

C) Normes sur  $\mathcal{M}_n(K)$ ,D) Normes sur  $\mathcal{C}([a, b], K)$ ,E) Normes sur  $K[X]$ .

F) Normes associées à un produit scalaire euclidien.

**I.3. Distances et boules.**

Définition de la distance entre deux vecteurs ; propriétés de la distance.

Définition de la distance d'un vecteur à une partie d'un ev.

Définitions des boules, des sphères,  
des parties bornées, de fonctions bornées.

Représentation des boules. Convexité des boules.

**II. Suites dans un espace vectoriel normé.****II.1. Suites convergentes.**

Une suite convergente est bornée.

Opérations sur les suites convergentes.

Jeudi 13/10

**II.2. Convergence et indépendance par rapport à la norme.****II.3. Convergence et suites coordonnées.****II.4. Rappels de première année sur les suites.**★ **DEVOIR LIBRE 5 et/ou 6.**

TD3

*(suite)* ▶

**Lundi 17/10*****III. Topologie dans un espace vectoriel normé de dimension finie.***

Equivalence des normes en dimension finie.

**III.1. Point intérieur, parties ouvertes et parties fermées.****III.2. Point adhérent, partie fermée.**

Caractérisation séquentielle des points adhérents.

Caractérisation séquentielle des parties fermées.

**TD3+TD4****Mercredi 19/10**

Correction d'exercices TD3 et TD4.

Lien entre partie ouverte et partie fermée.

Frontière.

VACANCES de Toussaint.