

1. On lit dans la presse la phrase suivante :

“Un conducteur n’ayant pas eu une nuit de sommeil complète a un risque 60% plus élevé d’avoir un accident qu’un conducteur ayant eu une nuit de sommeil complète”.

a. Indiquer les évènements en jeu et choisir des variables (E, F, \dots) pour les désigner. Comment se traduit la phrase en terme de probabilité de ces évènements ?

b. Les relations entre les probabilités des évènements indiquent t-elles une liaison entre les évènements ? Ou pratiquement l’indépendance (au sens du cours) entre les évènements ? Ou bien on ne peut pas conclure ?

c. Est il correct de déduire de la phrase ci-dessus :

1. Qu’un conducteur rencontré au hasard a plus de chance d’avoir eu une nuit de sommeil complète si on apprend qu’il n’a pas eu d’accident dans la journée ?

2. Qu’un conducteur rencontré au hasard a moins de chance d’avoir eu un accident dans la journée si on apprend qu’il a eu une nuit de sommeil complète ?

Expliquer.

2. Donnez le détail des calculs.

“Boire augmente le risque de maladie du foi” (les données de l’exercice sont inventées)

On observe que 10% des personnes de plus de 40 ans ont une maladie du foi et que 80% des personnes malades déclarent consommer tous les jours de l’alcool. Un sondage auprès de la population des plus de 40 ans indique que 60% d’entre eux consomment tous les jours de l’alcool.

a. On note M l’évènement “être malade du foi” et A l’évènement “consommer chaque jour de l’alcool”. Calculer les nombres $\frac{f_{M|A}}{f_M}$ et $\frac{f_{M|\text{non } A}}{f_{M|\text{non } A}}$. Quelle population de référence choisira t-on pour affirmer de façon quantifiée que boire augmente le risque de maladie ? Quel sera le slogan précis ?

b. Un nouveau sondage indique que 90% de la population des plus de 40 ans consomment tous les jours de l’alcool. Peut on encore affirmer que boire augmente le risque de maladie du foi ? Expliquer.

3. (Examen 1ère session 2013)

On lit dans la presse la phrase suivante :

“Une personne de 40 ans et plus appartenant à un ménage modeste a 1.2 fois plus de risque qu’une personne de même classe d’âge n’appartenant pas à un ménage modeste de n’être pas vaccinée.”

On note E l’évènement “Avoir 40 ans ou plus”, F l’evt “appartenir à un ménage modeste”, G l’evt “être vacciné”. On note non E , non F , etc. la négation de l’evt E , de l’evt F , etc. respectivement.

a. Quel est l’évènement non E ?

b. Quelles sont les affirmations correctes parmi ce qui suit : (La notation $P(A|B)$ désigne la probabilité de l’évènement A sachant B .)

1. $P(E \text{ et } F | G) = 1.2 \times P(E \text{ et } F | \text{non } G)$

2. $P(F | E \text{ et non } G) = 1.2 \times P(F | E \text{ et } G)$

3. $P(G | E \text{ et } F) = 1.2 \times P(\text{non } G | E \text{ et } F)$

4. $P(\text{non } G | E \text{ et } F) = 1.2 \times P(\text{non } G | E \text{ et non } F)$

5. $P(\text{non } G | E \text{ et } F) = 1.2 \times P(\text{non } G | \text{non}(E \text{ et } F))$

6. La probabilité qu’un individu appartienne à un ménage modeste augmente si on apprend qu’il n’est pas vacciné.

7. La probabilité qu’un individu ne soit pas vacciné augmente si on apprend qu’il appartient à un ménage modeste.

4. Un calcul de Chi-deux.

Une population de 410 individus est étudiée via deux caractères qualitatifs X et Y prenant pour valeurs x_1, x_2, x_3 et y_1, y_2, y_3, y_4 respectivement, et dont les effectifs conjoints sont donnés par le tableau ci-dessous :

$X \setminus Y$	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	63	42	0	0
x_2	0	0	0	195
x_3	0	0	100	0

a. On choisit un individu i au hasard. Que peut on dire de $X(i)$ si on sait $Y(i) = y_4$? Que peut on dire de $Y(i)$ si on sait $X(i) = x_1$?

b. Par combien est multipliée la probabilité de l'évènement " $Y = y_2$ " si on apprend que X vaut x_1 ?

c. Les caractères X et Y sont ils indépendants ? (Justifiez)

d. Que vaut $\chi^2(X, Y)$? Commentaires ?

e. On suppose maintenant que le tableau des effectifs conjoints est celui ci-dessous. Comment est modifié $\chi^2(X, Y)$? Comment sont modifiés les commentaires ?

$X \setminus Y$	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	63	42	0	0
x_2	0	0	0	190
x_3	0	0	100	5

5. Coefficient de corrélation

On a mesuré la longévité des piles pour un ensemble de 40 piles de marque A, 30 piles de marque B et 50 piles de marque C. La longévité moyenne des piles de marque A est de 71.8 (minutes) ; celle de marque B est 60.2 ; celle de marque C est 75.3.

Quelle est la longévité moyenne des piles testées ?

L'écart type des longévités dans la population entière est de 7. Que vaut le coefficient de corrélation de la longévité selon la marque ? Commentaires ?