

## Intérogation du 8 avril 2008

## Sujet A

Durée 40mn - Calculatrices et documents interdits

---

**Nom :****Prénom :**

---

**Exercice 1.** (8pts)

On considère le sous-ensemble de  $\mathbb{R}^2$  :  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ et } 1 \leq y \leq 3\}$  et la fonction  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x, y) = \frac{1}{(y-x)^2}$ .

- a. Montrer que  $f$  est bien définie sur  $D$  et est continue.
- b. Posons  $I = \iint_D f(x, y) dx dy$ . Que peut-on dire du signe de  $I$  ? Calculer  $I$ .

Nom :

Prénom :

---

**Exercice 2. (12pts)** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x^{\frac{1}{3}} \ln(x) + \frac{2}{\sqrt{x}}$ .

a. Quel est le domaine de définition de  $f$  ?  $f$  est-elle continue sur son domaine de définition ?

b. Calculer  $\int_1^8 f(x)dx$ .

c. Expliquer pourquoi l'intégrale  $\int_0^8 f(x)dx$  est impropre. Est-elle convergente ? (On rappelle que si  $\alpha$  est un réel strictement positif,  $x^\alpha \ln(x)$  tend vers 0 quand  $x$  tend vers  $0^+$ .)

**Exercice 3. (6 pts)** Quelle est le domaine de définition de la fonction  $f(x) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{2-x}}$  ? Etudier la convergence de l'intégrale  $\int_0^2 f(x)dx$ . (Penser à un changement de variable.)