

Interrogation du 9 avril 2008

Sujet D

Durée 45mn - Calculatrices et documents interdits

Nom :**Prénom :**

Exercice 1. (8pts)

On considère le sous-ensemble de \mathbb{R}^2 : $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ et } 0 \leq y \leq 2\}$ et la fonction $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x, y) = \frac{1}{(y-x+1)^2}$.

- a. Montrer que f est bien définie sur D et est continue.
- b. Posons $I = \iint_D f(x, y) dx dy$. Que peut-on dire du signe de I ? Calculer I .

Nom :

Prénom :

Exercice 2. (12pts) Soit f la fonction définie par $f(x) = x^{\frac{2}{3}} \ln(x) - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

a. Quel est le domaine de définition de f ? f est-elle continue sur son domaine de définition ?

b. Calculer $\int_1^8 f(x)dx$.

c. Expliquer pourquoi l'intégrale $\int_0^8 f(x)dx$ est impropre. Est-elle convergente ? (On rappelle que si α est un réel strictement positif, $x^\alpha \ln(x)$ tend vers 0 quand x tend vers 0^+ .)

Exercice 3. (6 pts) Quelle est le domaine de définition de la fonction $f(x) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{1-x}}$? Etudier la convergence de l'intégrale $\int_0^1 f(x)dx$. (Penser à un changement de variable.)