
Nom :**No carte étudiant :****Prénom :**

*Les réponses doivent être convenablement justifiées. La notation tiendra compte de la rédaction.
Barème indicatif*

(3pt) **Exercice 1.** Quel est le signe de $x - 1$ et $\frac{1}{x+1}$ en fonction de $x \in \mathbb{R}$? En déduire le tableau de signes de $\frac{x-1}{x+1}$.

Quel est le domaine de définition de la fonction $x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$?

Donner la dérivée de la fonction $x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$.

(4pt) **Exercice 2.** Donner, sans le détail des calculs, le développement limité en $x_0 = 0$ à l'ordre 3 des fonctions $f_1(x) = \ln(1+x)$, $f_2(x) = \sin(x)$

En déduire, cette fois avec explications, un développement limité en $x_0 = 0$ à l'ordre 4 de $f_3(x) = \ln(1+x^2)$.

(4pt) **Exercice 3.** Donner le domaine de définition puis un développement limité en $x_0 = 1$ à l'ordre 2 de la fonction $f(x) = \ln(1 + x)$.

Donner l'équation de la tangente au graphe de f en $x_0 = 1$ puis déterminer la position du graphe de f par rapport à sa tangente au voisinage de $x_0 = 1$.

Faites un dessin représentant le graphe de f et sa tangente en $x_0 = 1$ au voisinage de $x_0 = 1$.

(4pt) **Exercice 4.** Calculer la limite quand x tend vers 0 de $\frac{x^3}{x-\sin(x)}$.

(6pt) **Exercice 5.** Soit f la fonction $[-3, -\frac{1}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ donnée par $f(x) = x^2 + x - 2$.

a. Etudier le signe de $x^2 + x - 2$ en fonction de $x \in \mathbb{R}$.

b. Dessiner dans un repère orthonormé du plan le graphe de f puis de $g : [-3, -\frac{1}{2}] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |f(x)|$.

c. Calculer $\int_{-3}^{-2} g(x)dx$ et $\int_{-2}^{-\frac{1}{2}} g(x)dx$. En déduire l'aire du domaine

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tq } -3 \leq x \leq -\frac{1}{2} \text{ et } 0 \leq y \leq g(x)\} .$$