

Durée : 40mn – calculatrice et documents interdits

Sujet A

Justifier correctement chaque réponse.

1. Bob et Alice ont toujours eu du mal à décider de leur sortie du vendredi soir. Pourtant leurs choix se résument à : aller à l'ouest de la ville et choisir entre l'excellent restaurant qui s'y trouve et le club de salsa, ou bien aller à l'est de la ville et choisir entre un restaurant (médiocre) et le cinéma spécialisé en mangas japonais. Pour ce vendredi Bob et Alice mettent en place le protocole suivant : Bob choisira la partie de la ville où ils passeront leur soirée (Est ou Ouest) puis Alice choisira entre une soirée restaurant ou l'activité (cinéma-danse). Ils savent noter à l'avance la satisfaction que leur procurera la soirée : tous deux notent 3 un repas au restaurant de l'ouest. Alice note 3 le club de salsa tandis que Bob le note -1 . Bob note 2 le cinéma de mangas tandis qu'Alice le note -1 . Tous deux notent 0 le restaurant de l'est.

- Donner la forme extensive du jeu (c'est à dire l'arbre du jeu).
- Quelles sont les stratégies de Bob ?
- Quelles sont les stratégies d'Alice ?
- Donner la forme normale du jeu par sa matrice de paiements.
- Quels sont les équilibres du jeu ? Les équilibres sont ils prudents pour Bob ? Pour Alice ? Justifiez.

2. On considère le jeu à deux joueurs dont la matrice des paiements est

$$\begin{pmatrix} (2, -1) & (-2, -2) \\ (1, 1) & (-1, 0) \end{pmatrix}.$$

Le jeu est il à somme nulle ?

Y a t-il des stratégies strictement dominées pour l'un des joueurs ? Si oui lesquelles ?

Quels sont les équilibres du jeu ? Les équilibres sont ils prudents pour chacun des joueurs ?

3. Deux marchands de glace se partagent une clientèle de 100 vacanciers (chaque vacancier achète exactement une glace). Les marchands ont les mêmes charges : 1 euro par glace vendue. Ils choisissent indépendamment leur prix de vente : soit 1 soit 2 soit 3 euros et font alors un bénéfice par glace vendue de 0 ou 1 ou 2 euros respectivement. Les vacanciers choisissent tous le marchand le moins cher. Si les deux marchands affichent le même prix, la moitié des vacanciers choisira le premier marchand, l'autre moitié le second.

- Donner la forme normale du jeu.
- Quelle est la meilleure réponse du second marchand si le premier choisit de vendre ses glaces 3 euros ? Qu'en est il si le premier marchand choisit de vendre ses glaces 2 euros ?
- Quels sont les équilibres du jeu ?