1.

$\underline{g} = -2$, $\bar{g} = 0$ $g(x,y) = -3 < \underline{g}$ ⇝ J1 n'obtient pas ce qui lui est garanti, il regrette son choix. Pour J2 on ne peut pas dire

Autre argument : J2 perd moins que ce qui lui était garanti donc J1 n'a pas joué une meilleure réponse à y donc J1 regrette son choix.

$\underline{g} = -2$, $\bar{g} = 0$, $g(x,y) = 0$ ⇝ J2 perd moins que ——

Pour J2 on ne peut pas dire, Puisque $g(x,y) = \underline{g}$, tout dépend si J1 a jouée prudemment ou pas

2.a $\begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} \geq \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

2b $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ est prudente $\Leftrightarrow$ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ est prudente pour le jeu $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ puisque C_2 est dominée au sens large ds l'ext. mixte du jeu

$\Leftrightarrow$ $\underset{[0,1] \to \mathbb{R}}{p \mapsto \min\{p, 1-p\}}$ atteint son max en $p = \frac{1}{2}$

Or $p \leq 1-p$ si $p \leq \frac{1}{2}$, $p \geq 1-p$ si $p \geq \frac{1}{2}$ donc $\min\{p, 1-p\} = p$ pour $p \in [0, \frac{1}{2}]$
$= 1-p$ pour $p \in [\frac{1}{2}, 1]$

$\max_{p \in [0,\frac{1}{2}]} p = \frac{1}{2}$ atteint en $p = \frac{1}{2}$, $\max_{p \in [\frac{1}{2},1]} 1-p = \frac{1}{2}$ atteint en $p = \frac{1}{2}$ donc $\max_{p \in [0,1]} \left(\min\{p, 1-p\}\right) = \frac{1}{2}$ atteint en $p = \frac{1}{2}$

2c | On connait maintenant $\underline{G} = \bar{G} = \frac{1}{2}$
| $(0,1,0)$ est prudent pour J2 $\Leftrightarrow$ la perte maximale de J2 s'il joue $(0,1,0)$ est $\leq \bar{G} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \max_{p \in [0,1]} \left(\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}(1-p)\right) \leq \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$ c'est le cas

La strat. 2 de J2 est égalt prudente pour le jeu initial : $\max\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\} = \min\{\max\{1,0\}, \max\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}, \max\{0,1\}\}$

2d On cherche les $q_1, q_2 \geq 0$ avec $q_1 + q_2 \leq 1$ tq $\max\{q_1 + \frac{1}{2}q_2, \frac{1}{2}q_2 + 1 - q_1 - q_2\} \leq \bar{G} = \frac{1}{2}$

$\Updownarrow$

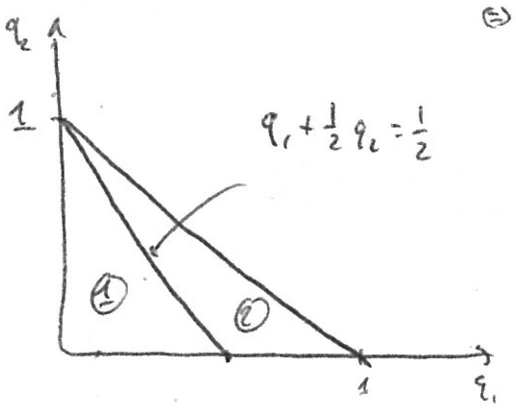
$q_1 + \frac{1}{2}q_2 \leq \frac{1}{2}$ et $-q_1 - \frac{1}{2}q_2 \leq -\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow q_1 + \frac{1}{2}q_2 = \frac{1}{2}$

$q_1 + \frac{1}{2}q_2 = \frac{1}{2}q_2 + 1 - q_1 - q_2 \Leftrightarrow 2q_1 + q_2 = 1$

Conclusion les strat. mixtes prudentes de J2 sont les $(\frac{1-q}{2}, q, \frac{1-q}{2})$, $q \in [0,1]$

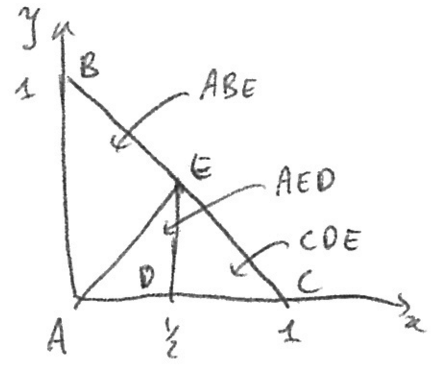
$\Leftrightarrow q_1 = \frac{1-q_2}{2}$

dessin



Rq | Sur ① ∧ ② $q_1 + \frac{1}{2}q_2 = \frac{1}{2}q_2 + 1 - q_1 - q_2$
| Sur ① $\max\{-\} = \frac{1}{2}q_2 + 1 - q_1 - q_2$: il suffit de regarder en $(q_1, q_2) = (0,0)$
| ② $\max\{-\} = q_1 + \frac{1}{2}q_2$ —— $(1,0)$

3a



f est affine sur ABE donc $\max\limits_{M\in ABE} f(M) = \max\{f(A), f(B), f(E)\} = 1$ atteint en A et en E donc sur $[A,E]$ entier

de même f est affine sur AED donc $\max\limits_{M\in AED} f(M) = \max\{f(A), f(E), f(D)\} = 1$ atteint sur $[A,E]$ entier

—— CDE —— $\max\{f(C), f(D), f(E)\} = 1$ —— $[C,E]$ entier

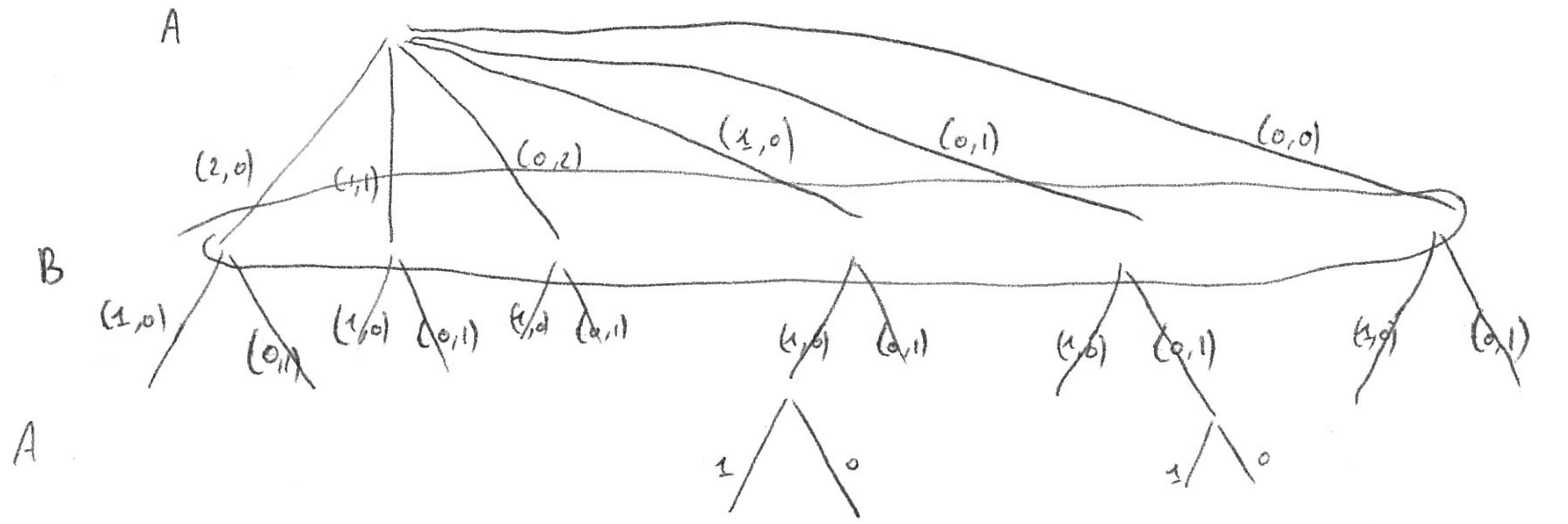
On a $\max\limits_{M\in \Delta} f(M) = \max\left\{ \max\limits_{M\in ABE} f(M), \max\limits_{M\in AED} f(M), \max\limits_{M\in CDE} f(M) \right\} = 1$ atteint sur $[A,E]\cup[C,E]$

3b

La restriction de f à $[AC]$ n'est pas concave : $f(D) < f(A), f(C)$ donc f n'est pas concave

—— $[BC]$ n'est pas convexe : $f(E) > f(B), f(C)$ donc f n'est pas convexe

4.



pour le joueur A où (x,y) représente le choix x unité sur route 1, y sur route 2, $2-x-y$ ds la ville

Stratégies de B : $(1,0)$, $(0,1)$ (choix de la route 1 ou de la route 2)

Stratégie de A : $(2,0)$, $(1,1)$, $(0,2)$, $(0,0)$, $((1,0),1)$, $((1,0),0)$, $((0,1),1)$, $((0,1),0)$

↑

1 unité sur la route 1, 1 ds la ville et si une rencontre avec l'armée de B a lieu, renvoyer la seconde unité

espérance de gain de B = Proba (B gagne) × 1 + Proba (B perd) × (−1) = 2 Proba (B gagne) − 1

forme normale :

	(2,0)	(1,1)	(0,2)	(0,0)	((1,0),1)	((1,0),0)	((0,1),1)	((0,1),0)	
(1,0)	$2\frac{1}{3}-1$	$2\frac{1}{2}-1$	$2\times1-1$	$2\times\frac{2}{3}-1$	$2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}-1$	$2\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}-1$	$2\times\frac{3}{4}-1$	$2\times\frac{3}{4}-1$	$-\frac{1}{2}$
(0,1)	$2\times1-1$	$2\frac{1}{2}-1$	$2\frac{1}{3}-1$	$2\times\frac{2}{3}-1$	$2\times\frac{3}{4}-1$	$2\times\frac{3}{4}-1$	$2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}-1$	$2\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}-1$	$-\frac{1}{2}$
	1	0	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	

$\underline{g} = -\frac{1}{2}$, $\overline{g} = 0$