

L3 géométrie - corrigé de l'interrogation du 27 octobre 2005

1A Une droite affine est un espace affine non vide de dimension 1, c'est à dire un triplet  $(X, E, X \times X \rightarrow E)$  où  $X$  est un ensemble non vide,  $E$  est un espace vectoriel de dimension 1 et  $X \times X \rightarrow E$ , qui note  $(M, N) \mapsto \vec{MN}$ , et une application vérifiant  $\forall M, N, P \in X, \vec{MN} + \vec{NP} = \vec{MP}$

$$\forall M \in X, \{N \mapsto \vec{MN}\} \text{ est une bijection de } X \text{ sur } E$$

Un vecteur directeur d'une telle droite est un vecteur non nul de  $E$ .

2.A Voir le corrigé de l'exercice 2 de la feuille 2.

1.B Soit  $E$  un espace vectoriel de dimension finie  $n$ . Un hyperplan affine de  $E$  est un sous-ensemble de  $E$  de la forme  $A + \vec{H} (\subset \{M \in E, \vec{AM} \in \vec{H}\})$  où  $A$  est un élément de  $E$  et  $\vec{H}$  est un sous-espace vectoriel de  $E$  de dimension  $n-1$ . C'est un sous espace affine non vide de dimension  $n-1$ .

Une équation cartésienne de  $H$  est une équation de la forme  $a_1x_1 + \dots + a_nx_n = a$ , où  $(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$  et  $a \in \mathbb{R}$  sont tels que  $H$

$$H = \left\{ O + x_1e_1 + \dots + x_ne_n, a_1x_1 + \dots + a_nx_n = a \right\} = \left\{ \text{l'} de coordonnées } \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \text{ ds le repère } (O, e_1, \dots, e_n) \text{ tq } a_1x_1 + \dots + a_nx_n = a \right\}$$

2.B Voir le corrigé de l'exercice 8 de la feuille 2.