

Nom :

Prénom :

L2 - TD MMAG gp 2

Question de cours A

26 novembre 2019

Durée prévue : 7mn. Documents et appareils électroniques interdits

Q. 1. \mathbb{R}^5 est muni du produit scalaire habituel. Soit $V \subset \mathbb{R}^5$ un sous-espace vectoriel de dimension 3.

Que peut on dire de $V \cap V^\perp$?

Que peut on dire de $\dim(V + V^\perp)$?

Q. 2. Soit (f_1, f_2) deux vecteurs orthogonaux de \mathbb{R}^5 , pas forcément de norme 1. Comment s'exprime le projeté orthogonal d'un vecteur $u \in \mathbb{R}^5$ sur $\text{vect}(f_1, f_2)$ en fonction de u, f_1, f_2 ?

$$1. V \cap V^\perp = \{0\} \quad \left[\text{car } v \in V \cap V^\perp \Rightarrow \frac{\langle v, v \rangle}{\|v\|^2} = 0 \right]$$

$$V \oplus V^\perp = \mathbb{R}^5 \quad \text{donc } \dim(V + V^\perp) = 5$$

$$2. P_{\langle f_1, f_2 \rangle}(u) = \frac{\langle u, f_1 \rangle}{\|f_1\|^2} f_1 + \frac{\langle u, f_2 \rangle}{\|f_2\|^2} f_2$$