

Panorama de la géométrie enseignée en 1er cycle

Références :

J.M. MONIER, Géométrie, cours et exercices corrigés 1ère et 2ème année, Dunod 1997.

J. LELONG-FERRAND et J.M. ARNAUDIÈS, Cours de mathématiques, géométrie et cinématique, Bordas 1977 et Dunod 2001.

1. Géométrie affine

Cours requis : Algèbre linéaire.

1.1 Espaces affines, sous-espaces affines, dimension, parallélisme, intersection, repère affine, équation cartésienne d'un sous-espace affine, droites, plans.

Savoir faire : Calcul d'une équation cartésienne, calcul de l'intersection de deux sous-espaces affines, utilisation des systèmes d'équations linéaires.

1.2 Applications affines, expression matricielle, translations, homothéties, symétries, projections.

Savoir faire : Déterminer la composée de deux applications affines, l'ensemble des points fixes d'une application affine.

1.3 Barycentres, conservation par les applications affines, médianes et isobarycentre d'un triangle, segment reliant deux points, convexité.

Savoir faire : "transitivité" dans le calcul d'un barycentre. Voir aussi 2.3.

2. Géométrie euclidienne

Cours requis : formes bilinéaires, formes quadratiques, espaces vectoriels euclidiens, orientation.

2.0 Distances, hyperplan médiateur de deux points.

2.1 Le plan euclidien

Notion d'angle orienté (réfléchir à une définition !), mesure d'angle, relations entre angles et distances dans le triangle, hauteurs, médiatrices, bissectrices, cercles, angles inscrits dans le cercle, coordonnées polaires.

Savoir faire : Distance d'un point à une droite.

2.2 L'espace euclidien de dimension 3

La sphère, coordonnées sphériques.

Savoir faire : Distance d'un point à un plan, à une droite, distance entre deux droites.

2.3 Barycentres et produit scalaire

Savoir faire : Etude de l'application $M \mapsto \sum_i \alpha_i \|\overrightarrow{MA_i}\|^2$.

2.4 Polygones dans le plan, polyèdres dans l'espace, volume.

Savoir faire : Découpage.

2.5 Isométries d'un espace affine euclidien, orientation, déplacements, classification dans le plan, dans l'espace, lien avec l'étude des groupes orthogonaux $O(2)$ et $O(3)$.

Savoir faire : Etude des sous-espaces stables d'une isométrie, droites stables et plans stables dans le cas de la dimension 3, détermination géométrique de la composée de deux isométries.

2.6 Coniques dans le plan, quadriques dans l'espace : propriétés affines, propriétés métriques, lien avec la réduction des matrices symétriques.

Savoir faire : Intersection d'un plan et d'un cône, axes propres d'une conique dont on donne l'équation dans un RON.

3. La droite complexe

Il s'agit d'abord d'une reformulation de la géométrie plane euclidienne à l'aide de la structure additive et multiplicative des nombres complexes.

Homographies, groupe circulaire, birapport.

Savoir faire : Détermination géométrique du produit de deux nombres complexes, expression du produit scalaire, de la norme, mesure d'un angle orienté (argument d'un nombre complexe), expression d'une similitude, équation d'une droite, d'un cercle.

4. Géométrie différentielle dans le plan et dans l'espace

Cours requis (analyse) : Etude locale des fonctions, intégration, équations différentielles, calcul différentiel.

4.1 Arcs paramétrés dans le plan ou dans l'espace, tangente en un point, position par rapport à la tangente, longueur d'un arc, courbure, paramétrisation en coordonnées polaires.

Savoir faire : Paramétrisation d'une droite, d'une conique, courbes cycloïdes, passage aux coordonnées polaires, utilisation des coordonnées polaires pour le calcul d'une longueur, d'un volume, détermination des symétries dans le paramétrage.

4.2 Liens avec les équations différentielles : trajectoire d'une solution.

Savoir faire : Trouver l'équation d'une courbe définie implicitement.

4.3 Nappes paramétrées dans l'espace ? Surfaces de révolution, surface engendrée par une famille de droites.

4.4 Volume d'une partie du plan ou de l'espace.

Savoir faire : Calcul par intégrales multiples, découpages, changement de coordonnées (utilisation des coordonnées polaires, cylindriques, sphériques).