

Algèbre : Feuille d'exercices n°3. Resultants

I] Calculer brutalement les resultants suivants

a) Rés $(2x^2 + 3x + 1, 7x^2 + x + 3)$

[Solution: 153]

b) Rés $(x^2 + ax + 1, x^2 + bx + 1)$

c) Rés $(a_0 x^p + \dots + a_p, c - x)$

d) Rés $(ax^2 + bx + c, \alpha x + \beta)$

II] A quelle condition sur λ les polynômes réels

$$P = x^2 - \lambda x + 2 \quad Q = x^3 + \lambda x + 2$$
 ont-ils un zéro commun?

III] Calculer dans $(\mathbb{Q}[Y])[X]$ le résultant des

polynômes $XY - 1$ et $X^2 + Y^2 - 4$

[Solution: $Y^4 - 4Y^2 + 1$]IV] Equation cartésienne de la courbe paramétrée de \mathbb{R}^2

donnée par $x(t) = t^2 + t$ $y(t) = t^2 - t + 1$

V] Soit k un corps et $f, g \in k[x_1, \dots, x_n]$. Soient

$$f \cdot g \text{ homogène} \iff f \text{ homogène et } g \text{ homogène.}$$