

## Calculs d'intégrales

**Exo 1:** Calculer pour  $\alpha > 0$

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha t} \cos t \, dt.$$

**Exo 2:** Calculer pour  $\alpha > 0$  et  $n$  entier l'intégrale

$$I_n = \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} (1 - e^{-t})^n \, dt.$$

**Exo 3:** Pour  $\gamma > 0$ , montrer que l'égalité

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \, dt = \int_{-\infty}^{\infty} f\left(t - \frac{\gamma}{t}\right) \, dt$$

a lieu dès que l'une des deux intégrales est convergente.

**Exo 4:** Calculer l'intégrale

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(2 + \cos t) \sin t}{(1 + \cos t)(3 + \cos t)} \, dt.$$

**Exo 5:** Pour  $n$  entier et  $t \in ]0, \pi[$ , on pose

$$f_n(t) = \frac{1}{\pi n} \left( \frac{\sin(nt)}{\sin t} \right)^2$$

et  $f_n(0) = f_n(\pi) = n/\pi$ . Montrer que  $f_n$  est continue et calculer  $\int_0^{\pi} f_n$ .

Indic:  $\sin x = e^{ix}(1 - e^{-2ix})/2i \dots$