

Calcul stochastique : feuille réponses du TP 7 Option Collar

Option collar (tunnel)

Un particulier détient des actifs dont la valeur présente est S_0 . Il souhaite se couvrir contre une baisse de S_T en dessous de la valeur présente. Pour cela il lui suffit d'acheter (pour chaque actif S détenu) un Put à la monnaie de prix $P_0^{S_0}$. Ne souhaitant rien déboursier il a le moyen de vendre, en contre-partie, un Call $C_0^{K^*}$ de même prix que $P_0^{S_0}$. On reprend les notations des TP précédents, avec les constantes suivantes¹ $n = 50$, $T = 1$, $\sigma = 0.4$, $S_0 = 120$, $K = S_0$, et $r = 0.25$.

L'exercice est de déterminer ce prix d'exercice $K^* = K_{\text{collar}}$. Voici un code qui résoud ce problème.

```
function s=S(i,j); s=S0*up^j.*down^(i-j); endfunction
function monphi=phi(S,K); monphi=max(S-K,0); endfunction;
function moncall=Call(K); moncall=phi(S(n,0:n),K)*binomial(p,n)'/R^n; endfunction
function monpsi=psi(S,K); monpsi=max(K-S,0); endfunction;
function monput=Put(K); monput=Call(K)-S0+K*exp(-r*T); endfunction
function dif=difference(K); dif=Call(K)-Put(S0); endfunction;
Kcollar=fsolve(S0,difference); disp(Kcollar,"Kcollar=")
```

1. Avant de commencer à tester ce code montrez en utilisant la relation de parité Call-Put² que $C_0^{S_0} > P_0^{S_0}$ et donc que $K^* > S_0$.
2. Rappeler pourquoi la fonction `Call` peut être définie comme indiqué
3. Rappeler pourquoi la fonction `Put` peut être définie comme indiqué
4. Après avoir appris (par `help fsolve`) ce que retourne la fonction `fsolve`, expliquer ce que vaut `Kcollar`. Quelle valeur trouvez-vous?

1. Si vous rencontrez des difficultés avec votre programme revenez avec $n = 6$ jusqu'à ce que vous les ayez surmontées. N'oubliez pas de commencer par un `clear`

2. Relation Call-Put : $C_t^K - P_t^K = S_t - Ke^{-r(T-t)}$

5. Donner, en fonction de S_T , la valeur $S_T + P_T^{S_0} - C_T^{K^*}$ du portefeuille à la date $t = T$. On distinguera les cas $S_T \leq S_0$, $S_0 \leq S_T \leq K^*$, et enfin $K^* \leq S_T$
6. Représentez ici le graphe de cette valeur, à $t = T$, du portefeuille constitué de l'action de S et du collar. Résumer en une phrase ce qu'a échangé le particulier en contre-partie de son assurance contre la baisse de S_T en dessous de S_0 .
7. Comparer la valeur de ce portefeuille avec la valeur à $t = T$ de la somme S_0 placée à $t = 0$ au taux sans risque r . Commenter.
8. Le détenteur de l'action est prêt à accepter, à la date T , de perdre jusqu'à 10% de la valeur de son capital initial investi on action S en échange de gains sur sa valeur en cas de hausse au-delà d'une valeur L^* . Quel portefeuille de d'options doit-il souscrire ; préciser la valeur de L^* . Commenter.