

Calcul stochastique : feuille réponses du TP 8
Prix d'une option Américaine

On reprend les notations des TP précédents, avec les constantes suivantes $n = 50$, $T = 1$, $\sigma = 0.4$, $S_0 = 140$, $K = S_0$, et $r = 0.25$.

Exercice 1. : Exécuter avec ces constantes le programme permettant de calculer les valeurs de l'actif sous jacent $S(i, j)$ et, comme au TP2, reprendre les programmes définissant par récurrence rétrograde les valeurs $C(i, j) = \text{CC}(i+1, j+1)$ de l'option Call, et celles $P(i, j) = \text{PP}(i+1, j+1)$ de l'option Put dans un modèle CRR. Calculer la valeur de S_t et celles des deux options à la monnaie pour la valeur $t = \frac{1}{2}$ s'il n'y a eu que des down. Indiquez les valeurs trouvées (en arrondissant) et expliquez-les.

Exercice 2. : On a vu que pour obtenir le prix d'une option Américaine, il suffit de remplacer, dans la formule du prix de l'option Européenne correspondante, la relation de récurrence $C_t = e^{-r\delta t} \mathbb{E}(C_{t+\delta t} / \mathcal{F}_t)$ par la relation $C_t^{\text{Amer}} = \text{Max} \{ \phi(S_t), e^{-r\delta t} \mathbb{E}(C_{t+\delta t}^{\text{Amer}} / \mathcal{F}_t) \}$. Utiliser cette propriété pour calculer les prix $\text{CCamer}(i+1, j+1) = C^{\text{Amer}}(i, j)$ d'un Call américain de même payoff K et même instant final T que celui de la question précédente. Indiquer les lignes de code correspondant au calcul de CCamer .

Exercice 3. : Comparer la prime du Call Européen et celle du Call Américain. Vérifier que la prime d'exercice anticipée est nulle. Expliquer pourquoi.

Exercice 4. : Reprendre le code précédent mais cette fois pour le calcul du Put Américain de même pay-off K et même instant final T . Que vaut cette fois la prime d'exercice anticipée ? Est-ce qu'elle diffère lorsqu'on change le prix d'exercice ? Donner un exemples où elle est nulle et un exemple où elle ne l'est pas. Expliquez comment vous avez procédé.

Exercice 5. : On reprend le cas d'un Put Américain à la monnaie (n'oubliez pas de remettre K à S_0) mais on suppose cette fois que $r = 0$. Quelle valeur obtenez-vous pour la prime d'exercice anticipée dans ce cas ? Expliquez pourquoi.

Exercice 6. : En vous inspirant de ce qui a été fait au TP2, écrire un code qui calcule les valeurs de la prime d'exercice anticipée pour les valeurs de r comprises entre 0 et 0.25. Donner les valeurs trouvée et expliquer. Faire un graphe avec les valeurs obtenues.

Exercice 7. : Pensez-vous que la relation de parité Call Put reste valable pour les options américaines ? Expliquez.