Université de Nice NOM : Prénom : Groupe :
LSV1-MAB

Epreuve d'examen : 13 Décembre 2007 (durée 2h00)
LSV1 : Mathématiques Appliquées à la Biologie

Matériel autorisé : une calculatrice, à l'exclusion de tout appareil suceptible d'être connecté à un réseau de communication

Document autorisé : une feuille A4 écrite de la main du candidat ou de la candidate.

Les quatre exercices peuvent être traités indépendamment et valent respectivement 7 (+3 bonus) points, 7 points, 6 points, et 3 points-bonus (barème indicatif). On soignera les explications, à donner dans l'espace laissé libre avant les boites-réponses.

Exercice 1 : On modélise l'évolution naturelle, lorsqu'il n'y a pas exploitation, de la population des baleines de l'océan atlantique par la dynamique suivante :

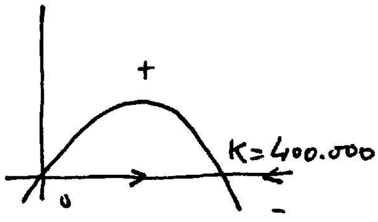
$$y' = 0,08y\left(1 - \frac{y}{400.000}\right).$$

1. De quel type de modèle s'agit-il ? Que représentent les constantes 0,08 et 400.000 ?

Il s'agit d'un modèle logistique	0.08 représente le taux de croissance intrinsèque.
400.000 représente la capacité biotique	

2. On suppose que $y(0) > 0$; que pouvez-vous dire de $\lim_{t\to\infty} y(t)$?

On sait que l'équation logistique $y' = ay(1-\frac{y}{K})$ admet un équilibre stable en $y = K = 400.000$ vers lequel tendent toutes les solutions issues d'un point $y(0) > 0$



$\lim_{t\to\infty} y(t)$ = 400.000

3. A l'issue d'une longue période de surexploitation, on estime que l'effectif de cette population de baleine est tombé à 70.000. En supposant qu'on interdit alors son exploitation, calculer, au moyen de la méthode d'Euler, une approximation de son évolution y_0, y_1, y_2, ...en prenant un pas de temps $h = 1$. On rappelle que la méthode d'Euler pour l'équation $y' = f(y)$ s'écrit :

$$\begin{cases} t_n &= t_{n-1} + h \\ y_n &= y_{n-1} + hf(y_{n-1}). \end{cases} \qquad (1)$$

On a $y_n = y_{n-1} + h \cdot 0,08\, y_{n-1}\left(1 - \frac{y_{n-1}}{400.000}\right)$, avec $h = 1$

$= y_{n-1}\left(1 + 0,08\left(1 - \frac{y_{n-1}}{400.000}\right)\right)$

En partant de $y_0 = 70.000$ on trouve avec la calculatrice successivement

$y_1 =$ 74.620	$y_2 \approx$ 79.476,0