

NOM :
 PRENOM :

Groupe :

Date : 4 - 8 Octobre 2010 .

Mathématiques Appliquées à la Biologie : Feuille-réponses du TD 4
Modèle de Leslie

On répondra aux questions posées aussi clairement que possible dans les espaces prévus et on remettra cette *feuille-réponses* en fin de séance à l'enseignant chargé du Cours/TD.

Exercice 1. :

Une scientifique étudie une colonie de souris. Elle note qu'elles produisent en moyenne une fille par femelle pendant leur première année de vie et 8 pendant leur seconde année. Elle note aussi qu'elles sont seulement 25% à survivre une seconde année et qu'aucune ne survivra au delà. Ecrire le système dynamique modélisant cette population de souris :

$$\begin{cases} j_{t+1} = \dots\dots\dots \\ a_{t+1} = \dots\dots\dots \end{cases} \quad (1)$$

Réécrire le système sous forme matricielle en indiquant quelle est la matrice de Leslie L du système. Pour une population initiale de 10 souris, toutes de la première classe d'âge, l'évolution

des effectifs selon ce modèle est indiquée dans le tableau suivant, que l'on complètera.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
j_t	10	10	30	110	210	430	850	1710	6830
a_t	0	2,5	2,5	12,5	27,7	52,5	107,5	212,5	852,5

Puis on remplira les deux tableaux suivants :

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N_t
N_{t+1}/N_t	---

t	0	1	...	8	9	10
j_t/N_t
a_t/N_t

Que pouvez-vous dire de l'évolution du système ?

Exercice 2. : On reprend l'étude du modèle précédent. Calculer le carré de la matrice de Leslie L et en déduire que L est une matrice primitive.

Si l'on demande à un logiciel de calcul scientifique quelles sont les valeurs propres de L , on obtient les deux valeurs $\lambda = -1$ et $\lambda = 2$. Vérifier que $\lambda = 2$ est bien une valeur propre (indication : chercher un vecteur propre $V = (x, y)$).

Indiquer un vecteur propre associé à cette valeur propre qui soit de somme 1.

Que concluez-vous sur le comportement asymptotique du système ?