

Avant Propos

Ce texte est écrit à l'occasion d'un cours de Probabilité donné en deuxième année d'études de Mathématiques et Physique à l'Université de Nice Sophia-Antipolis.

Le projet, que je soupçonne original et que je vais évoquer ci-dessous, a été rendu possible grâce à l'allongement du premier cycle des études, à l'occasion de la mise en accord des enseignements supérieurs dans l'Union Européenne. En effet cette réforme permet de concevoir la formation académique au calcul des probabilités sur une période plus longue tout en imposant, à mon avis, que des étudiants qui quitteraient l'enseignement supérieur sans avoir achevé ce cycle d'étude le feraient en détenant une réelle formation.

Le calcul des probabilités a connu, en France au moins, un gain d'intérêt hors du monde académique dont peut de branches des Mathématiques a pu bénéficier, la théorie des nombres appliquée au codage étant un autre exemple d'un tel intérêt nouveau.

Cet attrait est certainement lié à l'augmentation de l'utilisation des outils statistiques anciens et nouveaux, rendue possible bien sûr par la baisse impressionnante du coût du calcul statistique, mais aussi et surtout, l'accumulation dans les entreprises et les administrations, d'entrepôts de données se prêtant à la fouille de données au prix quasi exclusif de la formation à ces outils des personnels auxquels sont confiés ces entrepôts.

Mais il me semble qu'au moins une autre circonstance explique cet intérêt extra-académique. Elle est apparue au début des années 70 du siècle écoulé, dans la question de la gestion des risques financiers par les contrats d'option. J'ai personnellement découvert cette application du calcul des probabilités à la lecture des notes que notre collègue Imme van den Berg a préparé pour les étudiants niçois au printemps 1996. J'y ai observé qu'une autre utilisation du langage des Probabilités pouvait exister que celle du paradigme statistique auquel le mot "probabilité" est dû, je pense. Je pense que cette utilisation n'a été rendue possible que grâce à la présentation moderne introduite au début des années 30 par Kolmogorov qui, au delà d'une remarquable extension des méthodes de Lebesgue et outils de Borel, a permis un véritable dépassement de la théorie de la mesure, en rendant accessible au calcul une formalisation de la multiplicité des futurs possibles et la prise en compte dynamique de ce qui "ne sera plus aléatoire", au fur et à mesure que se "révèle l'information". En comprenant comment les financiers mathématiciens utilisent des probabilités j'ai eu la conviction qu'un nouveau paradigme pour leur utilisation est né à côté de l'ancien paradigme incarné par la Statistique. Voilà pourquoi j'aimerais appeler ce cours *Paradigmes nouveau et ancien pour les Probabilités*.

J'ai dit l'importance que je vois aux travaux de Kolmogorov; on comprendra donc aisément ma consternation devant le fait que les retombées de ces travaux soient mal connues de la communauté des mathématiciens au point que ce n'est que récemment qu'on a jugé utile d'introduire cette théorie au programme de l'Agrégation en Mathématiques. Bien entendu elle n'est pas "facile", mais tel est souvent le cas de l'exposition d'une nouvelle théorie, et ce n'est pas ce niveau de difficultés qui repousse généralement les mathématiciens, bien au contraire même!

Je ne suis pas loin de penser que c'est l'approche axée sur l'ancien paradigme qui explique les réticences qui ont conduit à ce que le nouveau ne bénéficie pas du minimum de curiosité que ne manque pas de susciter une nouvelle théorie. Il me semble que l'on peut faire remonter à Jacques Bernoulli (1654-1705) l'origine de l'ancien paradigme, avec sa "Loi des Grands Nombres" qui établit le lien entre la fréquence observée des succès à une expérience (obtenir un double-six aux dés, par exemple) dont le résultat est incertain, mais pouvant être répétée *ad libitum* de manière "indépendante", et la "probabilité" de ce succès. Or, alors que ce mathématicien était sous la protection d'un des plus grands de son époque, Leibnitz, il fallut attendre 1713 pour que soit publié (par son frère, Nicolas) son *Ars conjectandi*, c'est-à-dire plusieurs années après sa mort! Il semble bien que ce soit essentiellement la responsabilité de Leibnitz si ce travail n'a pas été publié plus tôt, non par malveillance, mais par réelle infirmité de ce co-fondateur de l'Analyse, qui s'est révélé sourd aux raisonnements probabilistes de son élève.

Je cite cette anecdote, non pour accabler Leibnitz (dont, en non-standardiste, je me sens un peu le

descendant), mais au contraire pour lui rendre l'hommage d'être le meilleur mathématicien qui n'aurait rien compris aux probabilités, ... et il n'était pas le seul, hélas. Je vois dans cet incident de l'histoire des Mathématiques la première occurrence d'une suite d'incompréhensions qui font qu'à une date encore très récente on pouvait sans ruiner sa réputation de mathématicien cultivé affirmer que les Probabilités ne sont pas des Mathématiques, affirmation qui n'est plus émise par quiconque a un peu appris la théorie (moderne) des Probabilités.

Mais faut-il avoir compris toutes les subtilités de la méthode de Kolmogorov pour se prémunir de ce ridicule? Je ne le pense pas, et suis convaincu que sa manière d'introduire les probabilités via un espace probabilisé abstrait permet de dissiper l'essentiel des ombres qui obscurcissait pour bien de mathématiciens le discours probabiliste, dès le contexte élémentaire de variables aléatoires finies, ce qui évite complètement l'aspect technique dans l'approche moderne¹. Et ceci nous ramène à ce projet de premier cours de probabilités, en deuxième année de Licence.

(à suivre...)

¹De fait, je ne fais là que reprendre l'idée d'Edward Nelson dans *Radically Elementary Probability Theory*, PUP (1987)