

Université de Nice Sophia Antipolis
du 21 au 23 juin 2017
Atelier d'analyse géométrique



Livret des résumés

Olivier Druet

Université Lyon I (France)

<http://math.univ-lyon1.fr/homes-www/druet/>

De l'analyse a priori à l'existence de solutions pour l'équation de Moser-Trudinger : le cas des hautes énergies II

Résumé

On s'intéressera dans ces deux exposés à l'équation de Moser-Trudinger en dimension 2, c'est à dire à l'équation d'Euler-Lagrange associée à l'inégalité de Moser-Trudinger critique avec une nonlinéarité de type $\exp(u^2)$. On donnera en introduction quelques motivations variationnelles de ce problème ainsi que les principaux résultats existants. Il est maintenant établi que la quantification des défauts de compacité est fautive pour les suites de Palais-Smale associées à cette équation. Cependant, concernant les solutions de cette équation, nous avons obtenu des asymptotiques ponctuelles précises des pertes de compacité. L'analyse de ce premier travail permet notamment de montrer que les bulles ne peuvent pas s'accumuler et que les pertes de compacité arrivent à des niveaux d'énergie bien identifiés. On expliquera enfin comment ce résultat permet de comprendre d'une manière globale les propriétés d'existence de solutions pour cette équation, même quand l'énergie est bien au dessus du premier niveau de perte de compacité.

Yuxin Ge

Université Paul Sabatier (France)

<http://www.math.univ-toulouse.fr/~yge>

Régularité des applications de transport optimal sur des variétés proches de sphères

Résumé

Dans cet exposé, je présente quelques résultats de stabilité du tenseur MTW sur des variétés proches de la sphère en dimension quelconque. En tant qu'application, nous montrons la régularité des applications de transport optimal sur de telles variétés.

Emmanuel Hebey

Université de Cergy-Pontoise (France)

<http://hebey.u-cergy.fr/>

Equations de Kirchhoff stationnaires avec puissances

Résumé

Nous discuterons de l'existence de solutions, de la compacité et de la stabilité d'équations de Kirchhoff avec puissances posées sur des variétés compactes sans bord. Les équations que nous considérons s'écrivent sous la forme

$$\left(a + b \int_M |\nabla u|^2 dv_g\right)^{\theta_0} \Delta_g u + hu = u^{p-1},$$

où Δ_g est le laplacien de Laplace-Beltrami, h est un potentiel régulier, $p \in (2, 2^*]$, $a, b, \theta_0 > 0$ sont des réels strictement positifs, et 2^* est l'exposant critique de Sobolev. Une dimension fractionnaire critique $d_0 = \frac{2(1+\theta_0)}{\theta_0}$ apparaît dans le cas critique $p = 2^*$. Elle se confond avec la dimension critique classique $n = 4$ lorsque $\theta_0 = 1$.

Otared Kavian

Université de Versailles-St Quentin en Yvelines (France)

<http://www.departement.math.uvsq.fr/pages-persos/number/3>

Détermination globale des fonctions propres et du spectre d'un opérateur auto-adjoint, et application au système de Schrödinger-Poisson avec une infinité d'états

Résumé

On présente un résultat d'existence de solution pour le système de Schrödinger-Poisson

$$\begin{aligned} -\Delta u_j + (V + \tilde{V})u_j &= \lambda_j u_j \\ -\Delta V &= \sum_{j \geq 1} \alpha_j |u_j|^2 - n^*, \end{aligned}$$

lorsque tous les coefficients α_j sont strictement positifs et où, en plus on veut avoir $\int_{\Omega} u_j u_k dx = \delta_{jk}$, la famille $(u_j)_{j \geq 1}$ étant par ailleurs une base de Hilbert de $L^2(\Omega)$.

Notre méthode est basée sur une approche globale pour la détermination des valeurs propres et vecteurs propres d'un opérateur auto-adjoint A à résolvante compacte. Plus précisément, nous prouvons que si $D := \text{diag}(\alpha_j)$ est un opérateur diagonal défini par les coefficients α_j , alors les points critiques de la fonctionnelle J_0 , définie sur l'ensemble des opérateurs unitaires U , par

$$U \mapsto J_0(U) := \text{tr}(DU^*AU)$$

correspondent aux fonctions propres de A .

Romain Petrides

Université Paris Diderot (France)
<https://webusers.imj-prg.fr/romain.petrides>

Surfaces minimales à bord libre

Résumé

Nous discuterons de l'existence de surfaces minimales à bord libre dans une boule à topologie fixée et de leur lien avec les métriques critiques des valeurs propres de Steklov.

Tristan Rivière

ETH Zürich (Suisse)
<https://people.math.ethz.ch/~triviere/>

How much does it cost... to turn the sphere inside out ?

Résumé

How much does it cost... to knot a closed simple curve? To cover the sphere twice? to realize such or such homotopy class? ... etc. All these questions consisting in assigning a "canonical" number and possibly an optimal "shape" to a given topological operation are known to be mathematically very rich and to bring together notions and techniques from topology, geometry and analysis. In this talk we will concentrate on the operation consisting in everting the 2 sphere in the 3 dimensional space. Since Smale's proof in 1959 of the existence of such an operation the search for effective realizations of such eversions has triggered a lot of fascination and works in the mathematical community. The absence in nature of matter that can interpenetrate and the quasi impossibility, up to the advent of virtual imaging, to experiment this deformation is maybe the reason for the difficulty to develop an intuitive approach on the problem. We will present the optimization of Sophie Germain conformally invariant elastic energy for the eversion. Our efforts will finally bring us to consider more closely an integer number together with a mysterious minimal surface.

Frédéric Robert

Université de Lorraine (France)

<http://www.iecl.univ-lorraine.fr/~Frederic.Robert/>

The Hardy-Schrödinger operator with interior singularity : mass and blow-up analysis

Résumé

We consider the remaining unsettled cases in the problem of existence of positive solutions for the Dirichlet value problem $L_\gamma u - \lambda u = \frac{u^{2^*(s)-1}}{|x|^s}$ on a smooth bounded domain Ω in \mathbb{R}^n ($n \geq 3$) having the singularity 0 in its interior. Here $\gamma < \frac{(n-2)^2}{4}$, $0 \leq s < 2$, $2^*(s) := \frac{2(n-s)}{n-2}$ and $0 \leq \lambda < \lambda_1(L_\gamma)$, the latter being the first eigenvalue of the Hardy-Schrödinger operator $L_\gamma := -\Delta - \frac{\gamma}{|x|^2}$. The higher dimensional case (i.e., when $\gamma \leq \frac{(n-2)^2}{4} - 1$) has been settled sometime ago. In this paper we deal with the case when $\frac{(n-2)^2}{4} - 1 < \gamma < \frac{(n-2)^2}{4}$. If either $s > 0$ or $s = 0$ and $\gamma > 0$, we show that a solution is guaranteed by the positivity of the "Hardy-singular internal mass" of Ω , a notion that we introduce herein. On the other hand, the classical positive mass theorem is needed for when $s = 0$, $\gamma \leq 0$ and $n = 3$, which in this case is the critical dimension. This is joint work with Nassif Ghoussoub (UBC, Vancouver).

Michael Struwe

ETH Zürich (Suisse)

<https://people.math.ethz.ch/~struwe/>

Bubbling in the prescribed curvature flow on the torus

Résumé

By a classical result of Kazdan-Warner, for any smooth sign-changing function f with negative mean on the torus, there exists a conformal metric of Gauss curvature f , which can be obtained from a minimizer of Dirichlet's integral in a suitable class of functions. As shown by Galimberti, following our joint work with Borer on the higher-genus case, these minimizers exhibit "bubbling" in a certain limit regime. Here we revisit Galimberti's result and prove that analogous "bubbling" occurs in the prescribed curvature flow.

Pierre-Damien Thizy
Université de Cergy-Pontoise (France)
<https://pdthizy.u-cergy.fr>

De l'analyse a priori à l'existence de solutions pour l'équation de Moser-Trudinger : le cas des hautes énergies I

Résumé

On s'intéressera dans ces deux exposés à l'équation de Moser-Trudinger en dimension 2, c'est à dire à l'équation d'Euler-Lagrange associée à l'inégalité de Moser-Trudinger critique avec une nonlinéarité de type $\exp(u^2)$. On donnera en introduction quelques motivations variationnelles de ce problème ainsi que les principaux résultats existants. Il est maintenant établi que la quantification des défauts de compacité est fautive pour les suites de Palais-Smale associées à cette équation. Cependant, concernant les solutions de cette équation, nous avons obtenu des asymptotiques ponctuelles précises des pertes de compacité. L'analyse de ce premier travail permet notamment de montrer que les bulles ne peuvent pas s'accumuler et que les pertes de compacité arrivent à des niveaux d'énergie bien identifiés. On expliquera enfin comment ce résultat permet de comprendre d'une manière globale les propriétés d'existence de solutions pour cette équation, même quand l'énergie est bien au dessus du premier niveau de perte de compacité.

Planning des exposés

Mercredi 21 Juin :

- 14h00-14h30 Accueil des participants de l'atelier d'analyse géométrique.
- 14h30-15h30 Pierre-Damien Thizy
- 15h30-16h30 Olivier Druet
- 16h30-17h00 Pause
- 17h00-18h00 Romain Petrides

Jeudi 22 Juin :

- 10h00-11h00 Tristan Rivière
- 11h00-11h15 Pause café
- 11h15-12h15 Michael Struwe
- 12h30 Repas
- 14h00-15h00 Yuxin Ge
- 15h00-16h00 Emmanuel Hebey

Vendredi 23 Juin :

- 10h00-11h00 Otared Kavian
- 11h00-11h15 Pause café
- 11h15-12h15 Frédéric Robert
- 12h30 Clôture de l'atelier
- 12h45 Repas/Départs

Soutiens financiers

- Université de Nice Sophia Antipolis
- Laboratoire J.A. Dieudonné