

Exercice partiel 2019

$$1: \underline{u}(t) = v_0 e^{i\omega t} \quad v_0 \in \mathbb{R}$$

$$\underline{u}_1(t) = v_1 e^{i\omega t} \quad v_1 \in \mathbb{C}$$

$$2: z_R = R \quad z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$z_{RC} = \frac{z_R z_C}{z_R + z_C} = \frac{R / j\omega C}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{j\omega C} \frac{1}{\frac{j\omega C R + 1}{j\omega C}} =$$

$$= \frac{R}{1 + j\omega C R}$$

$$3: Z_{RCL} = j\omega L + \frac{R}{1+j\omega CR} = \frac{R - \omega^2 CRL + j\omega L}{1+j\omega CR}$$

4: Loi d'ohm généralisée : $U = i Z$

$$H(\omega) = \frac{U_1}{U} = \frac{i Z_{RC}}{u} = \frac{U}{Z_{RCL}} \frac{Z_{RC}}{u} = \frac{Z_{RC}}{Z_{RCL}} =$$

$$= \frac{R}{R - \omega^2 CRL + j\omega L} = \frac{1}{(1 - \omega^2 CL) + j\omega L/R}$$

$$5- G(\omega) = |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2 CL)^2 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}}$$

6- Résonance $\omega_c / G'(\omega_c) = 0$

Il suffit d'étudier l'argument de la racine du dénominateur, car \sqrt{x} est une fonction monotone.

$$\frac{d}{d\omega} \left[(1-\omega^2 CL)^2 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2 \right] = 2(1-\omega^2 CL) \times (-2\omega CL) + 2\omega \left(\frac{L}{R}\right)^2 =$$

$$= -4\omega CL + 4\omega^3 C^2 L^2 + 2\omega \frac{L^2}{R^2} =$$

$$= \omega \left[4\omega^2 C^2 L^2 + \left(\frac{2L^2}{R^2} - 4CL \right) \right] = 0$$

\Rightarrow ① $\omega_c = 0$ (pas la fréquence de résonance).

$$\text{② } \omega_c = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{1}{2C^2R^2}}$$

La racine est réelle uniquement si

$$\frac{1}{CL} > \frac{1}{2C^2R^2} \Rightarrow CL < 2C^2R^2 \Rightarrow L < 2CR^2$$

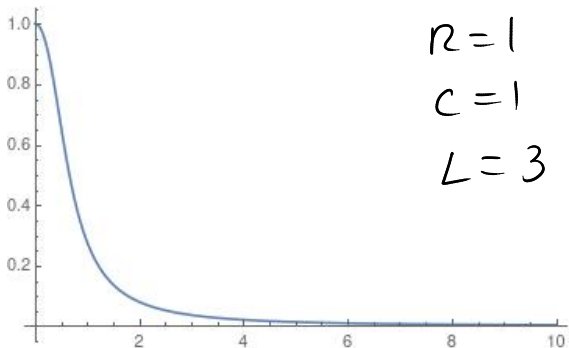
$$7. \lim_{\omega \rightarrow 0} G(\omega) = 1$$

$$\begin{aligned} \lim_{\omega \rightarrow \omega_c} G(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{1}{cL} - \frac{1}{2c^2R^2}\right)\right)^2 + \left(\frac{1}{cL} - \frac{1}{2c^2R^2}\right)\frac{L^2}{R^2}}} \\ &= \frac{2cR^2}{\sqrt{L(4cR^2 - L)}} \end{aligned}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} G(\omega) = 0$$

$$8: \quad i) \quad L > 2CR^2$$

$G(\omega)$



Graph avec

$$R=1$$

$$C=1$$

$$L=3$$

ω

$$ii) \quad L < 2CR^2$$

Grapho avec

$$R=1$$

$$C=1$$

$$L=1$$

$G(\omega)$

