

## Partiel électromagnétisme 1 du 6 novembre 2019

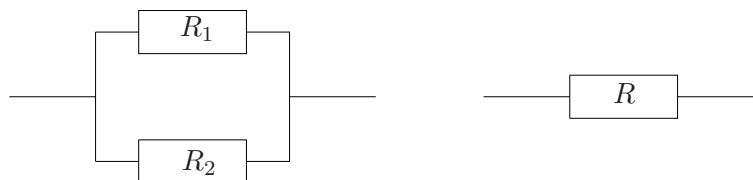
**CALCULATRICES ET DOCUMENTS INTERDITS**

**DURÉE : 2 HEURES**

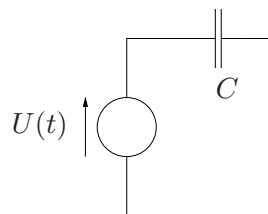
### Électrocinétique

#### Théorie

1. À partir de la loi des nœuds et de la loi d'Ohm  $U = IR$  (où  $U$  est la tension,  $I$  l'intensité du courant électrique et  $R$  la résistance) montrer que les deux morceaux de circuit suivants sont équivalents si  $R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ .



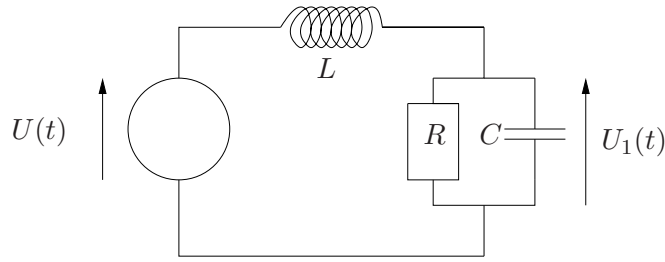
2. En utilisant le circuit ci-dessous, composé d'un condensateur de capacité  $C$  alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale  $U(t) = U_0 \cos(\omega t)$ , montrer que l'impédance complexe du condensateur est  $Z_C = 1/(j\omega C)$ .



#### Exercice

On considère le circuit ci-dessous, composé d'un générateur délivrant une tension sinusoïdale  $U(t) = U_0 \cos(\omega t)$ , d'une résistance  $R$ , d'une bobine d'inductance  $L$  et d'un condensateur de capacité  $C$ .

1. Exprimer  $U(t)$  et  $U_1(t)$  en notation complexe  $\underline{u}$  et  $\underline{u}_1$ .
2. En utilisant la loi des nœuds et la loi d'Ohm généralisée  $\underline{u} = \underline{i} Z$  (ou  $\underline{i}$  est l'intensité complexe et  $Z$  l'impédance complexe), calculer l'impédance équivalente de l'ensemble de la résistance et du condensateur. On rappelle que  $Z_C = 1/(j\omega C)$ .



3. Calculer l'impédance équivalente de l'ensemble de la résistance, du condensateur et de la bobine d'inductance. On rappelle que  $Z_L = j\omega L$ .
4. On définit la fonction de transfert suivante  $H(j\omega) = \underline{u_1}/\underline{u}$ . Montrer qu'elle peut s'écrire

$$H(j\omega) = \frac{1}{(1 - \omega^2 CL) + j\omega L/R}.$$

5. Calculer le gain  $G(\omega) = |H(j\omega)|$ .
6. Montrer qu'il y a une fréquence de résonance (maximum de  $G(\omega)$ ) pour  $\omega_c = \sqrt{1/(CL) - 1/(2(RC)^2)}$  si  $L < 2CR^2$ .
7. Quelles sont les valeurs de  $G(\omega)$  pour  $\omega \rightarrow 0$ ,  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $\omega = \omega_c$  ?
8. Tracer l'allure de la courbe  $G(\omega)$  si (i)  $L > 2CR^2$  et (ii)  $L < 2CR^2$ . S'agit t'il d'un filtre passe-haut ou passe-bas ?

## Électrostatique

Trois charges égales de valeur  $q > 0$  sont disposées aux positions  $\vec{r}_1 = \hat{x} + \hat{y}$ ,  $\vec{r}_2 = \vec{0}$  et  $\vec{r}_3 = \hat{x} - \hat{y}$ .

1. En utilisant les symétries du problème, faire un schéma du champ électrique généré par la distribution de charges.
2. On va étudier le champ et le potentiel électrique sur l'axe  $\mathcal{O}x$ . Calculer le champ électrique sur l'axe  $\mathcal{O}x$ , en fonction à la distance à l'origine  $x$ .
3. Calculer le potentiel électrique sur l'axe  $\mathcal{O}x$ , en fonction à la distance à l'origine  $x$ . Vérifier que  $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ .
4. On change la signe de la valeur de la charge ( $q \rightarrow -q$ ) située au point  $\vec{r}_1 = \hat{x} + \hat{y}$ , la valeur de la charge situé en  $\vec{r}_2 = \vec{0}$  est fixée à  $q = 0$  et la valeur de la charge située en  $\vec{r}_3 = \hat{x} - \hat{y}$  est maintenue à une valeur  $+q$ . En utilisant les symétries du problème, faire un schéma du champ électrique généré par la distribution de charges.
5. Calculer le champ électrique sur l'axe  $\mathcal{O}x$ , en fonction à la distance à l'origine  $x$ .
6. Calculer le potentiel électrique pour tout point  $(x, y)$  du plan  $\mathcal{O}xy$ . Vérifier que  $\vec{E}(x, 0) = -\left[\vec{\nabla}V(x, y)\right]_{y=0}$ .