

Séminaire d'Algèbre, Topologie et Géométrie

Jeudi 21 Octobre à 15h00

Salle II

Marc-Antoine Coppo

Nice

Titre : *La formule de Hasse pour la fonction zêta et les relations entre les sommes d'Euler.*

Résumé : Dans un article de 1930, Helmut Hasse a donné une intéressante formule sommatoire pour la fonction ζ de Riemann, valable dans tout le plan complexe, dont la formulation originale est la suivante :

$$s\zeta(s+1) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} \sum_{\nu=0}^n (-1)^{\nu} \binom{n}{\nu} \frac{1}{(\nu+1)^s}.$$

Nous montrerons comment quelques modifications permettent d'étendre naturellement cette identité à une classe de fonctions zêta plus générales, appelées les *fonctions zêta d'Arakawa-Kaneko*, qui ne sont apparues qu'en 1999. En appliquant cette nouvelle identité à des valeurs entières de s , nous serons alors en mesure d'en déduire d'intéressantes relations entre les sommes d'Euler qui généralisent notamment la célèbre relation d'Euler

$$2\zeta(3) = 1 + \frac{1}{2^2}\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3^2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{4^2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \dots$$

L'exposé comprendra quelques développements sur l'histoire de la fonction zêta et des sommes d'Euler depuis le 18ème siècle.