

Feuille de TD2

Exercice 1 - [Le jeu du menteur]

Il y a deux joueurs X et Y. Chacun donne un euro. Le joueur Y tire une carte, qui est soit rouge soit noire à probabilité égale. Si la carte est rouge, il doit dire "rouge". Si la carte est noire, il peut choisir de dire "rouge" ou "noire". S'il dit "noire" le joueur Y perd le jeu et son euro. S'il dit "rouge", le joueur Y doit mettre encore un euro dans le jeu. Le joueur X a alors le choix : soit il le croit et il perd son euro, soit il ne le croit pas et il donne un euro pour vérifier. Celui qui a raison gagne alors l'argent.

1. Ecrire l'arbre de décision de ce jeu.
2. Donner la forme normale de ce jeu en notant x_1, x_2 les deux stratégies de X et y_1, y_2 les deux stratégies de Y.
3. Déterminer le minmax et le maxmin.
4. Ce jeu admet-il une stratégie optimale en stratégie pure ?
5. On joue à ce jeu plusieurs fois. A chaque fois le joueur X joue la stratégie x_1 avec la fréquence x et la stratégie x_2 avec la fréquence $1 - x$. De même le joueur Y joue la stratégie y_1 avec la fréquence y et la stratégie y_2 avec la fréquence $1 - y$.
 - (a) Donner la fonction paiement $u(x, y)$.
 - (b) Trouver la valeur du jeu $\max_x \min_y u(x, y) = \min_y \max_x u(x, y)$.

Exercice 2 - [Le jeu des gladiateurs]

Il y a deux équipes de gladiateurs. La première consiste en une femme, un lion et un chat. La deuxième équipe consiste en un homme, un chien et une souris. Chaque équipe peut nommer un combattant pour se battre contre l'autre équipe. La probabilité de victoire pour chaque couple de combattant est donnée dans le tableau suivant :

	Homme	Chien	Souris
Femme	0.5	0.6	0.1
Lion	0.6	0.7	0.8
Chat	0.2	0.5	0.9

Par exemple, la probabilité que le lion l'emporte sur le chien est de 0.7.

1. Trouver le minmax et le maxmin de ce jeu ?
2. Quelle est la solution de ce jeu ?
3. Trouver la solution en supprimant les stratégies dominées.

Exercice 3 -

Soit le jeu en forme normale suivant

	y_1	y_2
x_1	(1,1)	(1,1)
x_2	(-1,-1)	(2,0)

1. Quels sont les équilibres de Nash en stratégies pures de ce jeu ?
2. Existe-t-il des équilibres de Nash en stratégies mixtes ?