

## Feuille de TD5

### Exercice 1 - [Jeu extrait du film “La fureur de vivre”]

Deux jeunes irresponsables roulent en voiture à toute allure l’un vers l’autre jusqu’à ce que l’un des deux freine avant l’autre (ou pas). Leur “gain” à l’issue du jeu peut être quantifié comme suit : s’ils freinent en même temps, le gain est 2 pour chacun. Si l’un freine avant l’autre, son gain est 0 alors que l’autre gagne 4. Si aucun des deux ne freine, c’est l’accident et le gain est -2 pour chacun.

1. Donner la forme normale du jeu.
2. Ce jeu admet-il des équilibres ?

### Exercice 2 - [sous-jeu $2 \times 2$ ]

On considère le jeu à deux joueurs et à somme nulle représenté par la matrice de paiement suivant :

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
$x_1$	5	-2	3	7	0
$x_2$	0	5	2	2	6

1. Déterminer les équilibres de Nash en stratégies pures.
2. Y a-t-il des stratégies dominantes ?
3. Si le joueur  $X$  joue une stratégie mixte, quelles sont les deux stratégies “utiles” pour le joueur  $Y$  ?
4. Déterminer les équilibres de Nash en stratégies mixtes en se ramenant à un jeu  $2 \times 2$ .

### Exercice 3 - [impôts]

Une entreprise a deux sociétés A et B. Chacune de ces sociétés paye, respectivement, en moyenne 4.000.000 et 12.000.000 Euros d’impôts chaque année. Pour chaque société l’entreprise peut décider de déclarer les vrais comptes, ou de falsifier les comptes de manière que le montant des impôts à payer soit zéro. L’administration fiscale ne dispose pas de ressources suffisantes pour contrôler les comptes de plus d’une société chaque année. Si l’administration fiscale examine la société avec de fausses déclarations, cette société est obligée de payer ses impôts plus un redressement s’ élevant à la moitié du montant des impôts à payer.

1. Modéliser cette situation comme un jeu à deux joueurs ( $X$  = entreprise et  $Y$  = administration fiscale) et à somme nulle, où le paiement correspond au montant de l’impôt (redressement éventuel inclus).
2. Quelle est la stratégie optimale pour les deux joueurs ?
3. *Variante* : Le redressement est égal à deux fois le montant des impôts à payer (au lieu de la moitié).