

Devoir numéro 1

Vous me rendez les programmes en scilab sous forme de fichier informatique.
Soient f et g ($\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) des densités de probabilité à valeurs strictement positives. Soit h la fonction :

$$h(x) = \frac{\sup(f(x), g(x))}{\int_{\mathbb{R}} \sup(f(t), g(t)) dt} .$$

1. On simule une v.a. Z suivant une méthode d'acceptation/rejet. On tire X, Y indépendantes respectivement de lois de densité f, g et U, V indépendantes uniformes sur $[0, 1]$ (et indépendantes de X, Y) jusqu'à ce que
 - $Uf(X) \leq g(X)$, auquel cas on prend $Z = Y$
 - ou $Vg(Y) \leq f(Y)$ et $Uf(X) > g(X)$, auquel cas on prend $Z = X$.

Montrer que Z est de loi de densité h .

2. On suppose ici que f densité de la loi $\mathcal{N}(0, 1)$ et g densité de la loi $\mathcal{N}(1/2, 1)$.
 - (a) Écrire un programme qui simule des variables aléatoires suivant h .
 - (b) Écrire un programme qui dessine un histogramme empirique de h (par exemple : on tire plusieurs variables indépendantes de loi de densité h et on dessine un histogramme figurant le nombre de variables dans $[k/2; k/2 + 1/2]$, $k \in \mathbb{Z}$).