

Interrogation n. 1 - mardi 7 mars 2005

Durée : 1h15mn

Documents interdits.

La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses.

Sujet A

Exercice 1 On considère la distribution conjointe de deux variables X, Y donnée par le tableau suivant.

$X \backslash Y$	0	1	2	
0	0.1	0.05	0.05	c—c—c—c
1	a	b	0.2	
2	0.05	0.1	c	

- (a) Déterminer a, b, c sachant que $\mathbb{E}(X) = 1$, $\mathbb{E}(Y) = 0,85$.
- (b) Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?

Exercice 2 Soit la fonction $f(x) = a(x-1)^2 + a(x+1)^2$ si $x \in [-1, 1]$, $f(x) = 0$ ailleurs. Quelle doit-être la valeur de a pour que f soit une densité de probabilité ?

Exercice 3 Soit F une fonction donnée par

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -1 \\ ax + b & \text{si } x \in [-1, 0] \\ cx + 1/3 & \text{si } x \in [0, 1] \\ 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- (a) Déterminer a, b, c pour que F soit une fonction de répartition. On posera ensuite X une variable aléatoire de fonction de répartition F .
- (b) Calculer $\mathbb{P}(-1/2 < x < 3/2)$.
- (c) Calculer la densité de X .
- (d) Déterminer la médiane et l'espérance de X .