

**Devoir numéro 2**

À rendre pour le LUNDI 5 novembre

1. On s'intéresse à

$$I = \int_{[0,1]^2} \mathbf{1}_{(x-1/2)^2 + (y-1/2)^2 < 1/4} dx dy .$$

- (a) Estimer  $I$  à l'aide d'une méthode de Monte-Carlo. On note  $I_N$  le résultat pour  $N$  boucles.
  - (b) Faire un graphique avec des estimées de  $\mathbb{E}(|I_N - I|)$  pour différentes valeurs de  $N$ .
  - (c) Estimer la variance de la méthode choisie en 1a.
  - (d) Réduire la variance par la méthode que l'on voudra. Estimer la nouvelle variance.
2. (a) Proposer une méthode de fonction d'importance pour le calcul de :

$$I = \mathbb{E}(\mathbf{1}_{\xi > 0} e^{\beta \xi})$$

où  $\xi \sim \mathcal{N}(0, 1)$  et  $\beta = 5$ .

- (b) Proposer une méthode de variable de contrôle de la même intégrale.
- (c) Améliorer votre estimateur à l'aide d'une technique de variables antithétiques (comparer les variances empiriques).