UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS
Master 2 MASS - Méthodes de Monte-Carlo - 2007-2008 - 1er semestre
Sylvain Rubenthaler
http://math1.unice.fr/∼rubentha/cours.html

Devoir numéro 1
À RENDRE POUR LE 22 OCTOBRE

Vous me rendrez les programmes en scilab sous forme de fichier informatique (de préférence par courrier électronique).

Soient $X_1, X_2, \dots$ i.i.d. de loi $\mathcal{E}(\lambda)$ ($\lambda > 0$). Soient $Y_1, Y_2, \dots$ i.i.d. de loi $\mathcal{U}([0,1])$, indépendants des (X_i). Soit $T = \sup\{i : X_1 + \dots + X_i \leq 1\}$ (par convention $T = -\infty$ si $X_1 > 1$).

1. Soit $k \in \mathbb{N}^*$, montrer que $\mathcal{L}(\inf(Y_1, \dots, Y_T)|T = k)$ est de densité $u \mapsto k(1-u)^{k-1}\mathbf{1}_{u\in[0,1]}$.
2. Montrer que $\mathcal{L}(\inf(Y_1, \dots, Y_T)|T \in \mathbb{N}^*)$ est de densité proportionelle à $u \mapsto \mathbf{1}_{u\in[0,1]}\lambda e^{-\lambda u}$.
3. Soient $j_1, \dots, j_T$ tels que $Y_{j_1} \leq Y_{j_2} \leq \dots \leq Y_{j_T}$. On prend $\lambda = 5$. Tracer un histogramme empirique de
   - Y_{j_1} sachant que $T \geq 3$,
   - $Y_{j_2} - Y_{j_1}$ sachant que $T \geq 3$,
   - $Y_{j_3} - Y_{j_2}$ sachant que $T \geq 3$.