

« Paradoxe » des moutons.

Jeu télévisé : 3 portes, derrière deux d'entre elles se trouvent des moutons et derrière la troisième une voiture (on place la voiture derrière la porte A , B , C avec à chaque fois la probabilité $1/3$). Le candidat sélectionne une porte. Parmi les deux restantes, le présentateur en ouvre une avec un mouton derrière (en choisissant à pile ou face s'il y a un mouton derrière chacune des deux portes restantes). Le candidat doit ouvrir une des deux portes restant fermée. Quelle est la meilleure stratégie ?

Réponse : changer systématiquement de porte.

Démonstration 1 : On suppose qu'il a choisit la porte B . La probabilité d'avoir la voiture derrière est $1/3$. S'il reste sur cette porte, il gagne la voiture avec probabilité $1/3$.

Démonstration 2 : On suppose qu'il a choisit la porte B . On note $U \sim \mathcal{B}(1/2)$ la variable utilisée pour tirer à pile ou face. On note $\{B = m\}$ pour l'événement « voiture derrière porte B », ...etc

...

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(\{B = m\}|\{\text{ouvre } A\}) &= \frac{\mathbb{P}(\{B = m\} \cap \{C = v\})}{\mathbb{P}(\{B = m\} \cap \{C = v\}) + \mathbb{P}(\{B = v\} \cap \{U = 0\})} \\ &= \frac{(1/3)}{(1/3) + (1/3)(1/2)} = \frac{2}{3}.\end{aligned}$$