UNIVERSITÉ DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS
L3 MASS - Intégration et Probabilités - 2008-2009
Sylvain Rubenthaler, http://math.unice.fr/∼rubentha/cours.html

Partiel - mercredi 11 mars 2009.
Durée : 2h.
Documents et calculatrices interdits.
La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses.
Les exercices sont indépendants.

1. Question de cours. Énoncer et démontrer le théorème 4.3.1 (continuité sous l'intégrale).
2. Soit μ mesure sur $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ de densité f par rapport à la mesure de Lebesgue.
   (a) Calculer $\mu([0,1])$ dans le cas $f(x) = x^2 e^{-x^3} \mathbf{1}_{[0,2]}(x)$.
   (b) Calculer $\int_0^{\pi/2} x^2 \mu(dx)$ dans le cas $f(x) = \sin(x) \mathbf{1}_{[0,1]}(x)$.
3. Calculer les limites suivantes.
   (a) $\lim_{n\to+\infty} \int_1^{\pi/2} \frac{\log(1+x/n)}{\sin(x/n)} dx$ (on pourra utiliser : $\forall u \in [0, \pi/2]$, $|\sin(u)| \geq \frac{2}{\pi} u$)
   (b) $\lim_{n\to+\infty} \int_0^{\pi/4} \left(\frac{1}{1-\cos(x/n)}\right) \log\left(1 + \frac{x^3}{n^2}\right) dx$