UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS
Master 2 MASS - Probabilités numériques - 2009-2010 - 1er semestre
Sylvain Rubenthaler
`http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html`

Devoir no. 3 (inspiré par ex. 2.1 du livre de Pardoux)

Attention : vous rendrez un devoir papier ET un devoir sous forme de programme scilab (toujours avec un nom de la forme `VotreNom-devoir3.sce`). Date limite : lundi 14 décembre, 18h30 (mettre le devoir papier dans mon casier).

Soit $(X_n)_{n\geq 0}$ chaîne de Markov à valeurs dans $E = \{1, 2, 3\}$ de matrice de transition

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ p & 1-p-q & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(avec $p, q > 0$, $p + q < 1$) et d'état initial 2. Soit $T = \inf\{i : X_i \neq 2\}$.

1. Montrer que T est de loi géométrique.
2. Montrer que X_T est une variable aléatoire indépendante de T, dont on précisera la loi.
3. Montrer que $X_i = X_T$ si $i \geq T$.
4. Écrire un programme scilab qui simule une chaîne de Markov dans E pour n'importe quelle matrice de transition P donnée. (Par exemple, on pourra prendre une condition initiale quelconque et afficher les 10 premiers états de la chaîne.)
5. Écrire un programme scilab qui simule le temps T (en utilisant la question précédente). Estimer l'espérance de T par une méthode de Monte-Carlo.