-Université de Nice-Sophia Antipolis
L3 MIAGE - Processus stochastiques et analyse de données
Sylvain Rubenthaler `http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html`

Exemples de questions d'examen portant sur les chapitres II et III (pour des questions sur le chapitre I, voir les partiels)

Durée : 1h. Documents, calculatrices et téléphones interdits. Vous écrirez vos réponses dans les encadrés.

1. Soient $X_1, X_2, \dots$ des variables indépendantes et de même loi telles que $\mathbb{E}(X_1) = 1$, $\mathrm{Var}(X_1) = 4$. Calculer $\mathbb{P}\left(\frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{n} \leq 1,3\right)$ pour $n = 25$.
2. Soient $U_1, \dots, U_n$ des variables indépendantes et de même loi, U_1 est de loi uniforme sur $[1;3]$. Quelle est la limite de $\frac{U_1^2+\dots+U_n^2}{n}$ quand $n \to +\infty$?
3. Soit N une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}^*$, telle que $\mathbb{E}(N) = 3$. Soient $U_1, U_2, \dots$ des variables uniformes sur $[0;1]$ indépendantes et identiquement distribuées. Calculer $\mathbb{E}(U_1 + U_2 + \dots + U_N)$.
4. Soit X le résultat d'un lancer de dé. Calculer $\mathbb{P}(X = 2|X \text{ est pair})$.
5. Soit $Z \sim \mathcal{N}(0,4)$ (loi normale de moyenne 0 et de variance 4). Calculer $\mathbb{P}(Z \geq 1,3)$.
6. Soient (X,Y) de densité jointe $(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto \frac{2}{\pi}e^{-(x+y)^2-(x-y)^2}$. Calculer la densité de X.
7. Soit X de loi $\mathcal{B}(3,1/4)$ (loi binomiale de paramètres 3 et $1/4$). Calculer $\mathbb{P}(X = 2|X \text{ est pair})$.
8. Soient X, Y deux variables indépendantes de loi $\mathcal{E}(1)$ (loi exponentielle de paramètre 1). Calculer la densité de la loi de $X + Y$.
9. Soit X de loi $\mathcal{E}(1)$ (loi exponentielle de paramètre 1). Calculer $\mathbb{P}(X > 2|X > 1)$.

10. Soit X une variable aléatoire de fonction de masse $\mathbb{P}_X(2) = 1/3$, $\mathbb{P}_X(3) = 1/3$, $\mathbb{P}_X(4) = 1/3$. On tire X fois à pile ou face. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 faces en tout ?