Nom :
Prénom :
M1 IM - Séries temporelles - 2017-2018
`http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html`

Contrôle no 3, sujet A (durée 2h)

Documents et calculatrices interdits. La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants. Le sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1. (Question de cours) Soit P un polynôme à coefficients réels de degré n ($n \geq 1$). Soit Δ_T l'opérateur agissant sur les polynômes selon

$$Q \xrightarrow{\Delta_T} (\Delta_T Q)(X) = Q(X) - Q(X-T)\,.$$

Montrer que $\Delta_T P$ est de degré $\leq n-1$. (On demande de refaire une démonstration du cours.)

Exercice 2. Soient $X_1, X_2, \dots$ des variables indépendantes et identiquement distribuées telle que $\mathbb{E}(X_1^2) < \infty$. Soit m l'espérance de ces variables et soit σ^2 la variance de ces variables ($\sigma = 2$). Comment choisir n pour avoir

$$\mathbb{P}\left(\left|\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} - m\right| \geq 1,03\right) \leq 0,04\,?$$

Exercice 3. On s'intéresse à une série temporelle `x` de longueur `n=100`. On suppose que `x` vient d'un processus $ARMA(p,q)$ avec $p \leq 3$, $q \leq 3$ (attention, p et q ne peuvent pas être tous les deux nuls). Écrire un programme qui choisit (p,q) en minimisant le critère AIC.

Exercice 4. On s'intéresse à une série temporelle `x` dont nous avons tracé les auto-corrélations et les auto-corrélations partielles dans la figure 0.1. Le processus est-il plutôt un AR ou un AM ? de quel ordre ? Répondre dans le cadre ci-dessous.

Exercice 5. On se donne des variables $(Z_k)_{k\geq 0}$ qui sont indépendantes et identiquement distribuées, d'espérance nulle et de variance 1. Pour $k \geq 2$, on définit

$$X_k = Z_k - Z_{k-1} + 2Z_{k-2}\,.$$

Monter que la variable

$$\sum_{k\geq 2} \frac{X_k}{2^k}$$

est bien définie (presque sûrement).

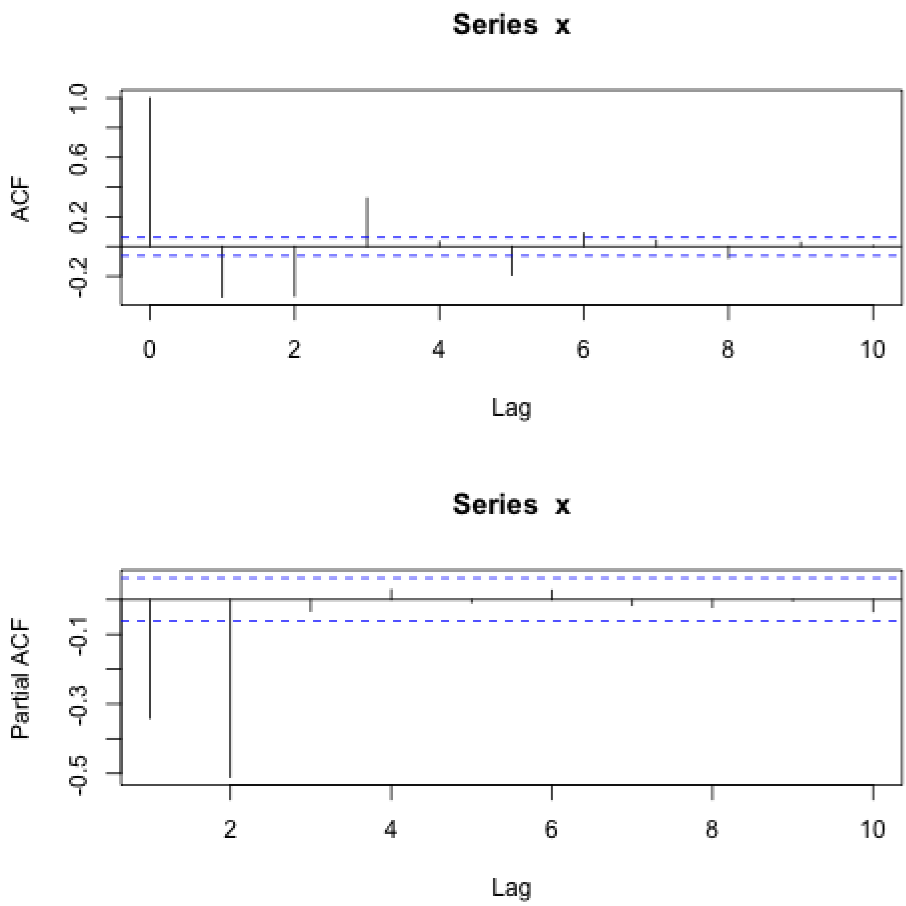

FIGURE 0.1. Auto-corrélations et auto-corrélations partielles