M1 IM - Simulation stochastique (Monte-Carlo) - 2018-2019
`http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html`
Nom :
Prénom :

Contrôle no 1, sujet B (durée 1h)

Documents et calculatrices interdits. La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants. Le sujet est à rendre avec la copie. Si vous bénéficiez d'un tiers-temps, ne traitez que le premier exercice..

Exercice 1. On s'intéresse à la fonction de répartition suivante :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0\,, \\ \frac{x}{3} & \text{si } x \in [0;1[\,, \\ \frac{1}{2} & \text{si } x \in [1;2[\,, \\ \frac{x}{3} & \text{si } x \in [2;3]\,, \\ 1 & \text{si } x \geq 3\,. \end{cases}$$

(1) Calculer F^{-1} (le pseudo-inverse de F).

(2) Écrire un programme en `R` qui simule une variable de fonction de répartition F. Répondre dans le cadre ci-dessous.

Exercice 2. Soient

$$Z = \int_0^{+\infty} e^{-x^2+x} dx\,,\ f(x) = \frac{e^{-x^2-x}}{Z} \mathbb{1}_{[0;+\infty[}(x)\,,$$

$$g(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbb{1}_{[0;+\infty[}(x)\,,$$

avec $\lambda > 1$.

(1) Trouver la plus petite constante C telle que $f(x) \leq Cg(x)$ pour tout x.

(2) Proposer une méthode de rejet pour simuler une variable de densité f à partir de l'inégalité de la question précédente.

(3) Écrire un programme en `R` qui implémente la méthode de la question précédente dans le cas $\lambda = 1$. Répondre dans le cadre ci-dessous.