

Séries temporelles, contrôle no 2, sujet C

Documents et calculatrices interdits. Répondre sur la copie, sans justification (c'est un QCM). Une seule réponse par question. Rendre l'énoncé avec la copie. Un point par réponse juste (zéro pour une réponse fausse).

- (1) On observe le périodogramme d'une série temporelle x (voir Figure 0.1).

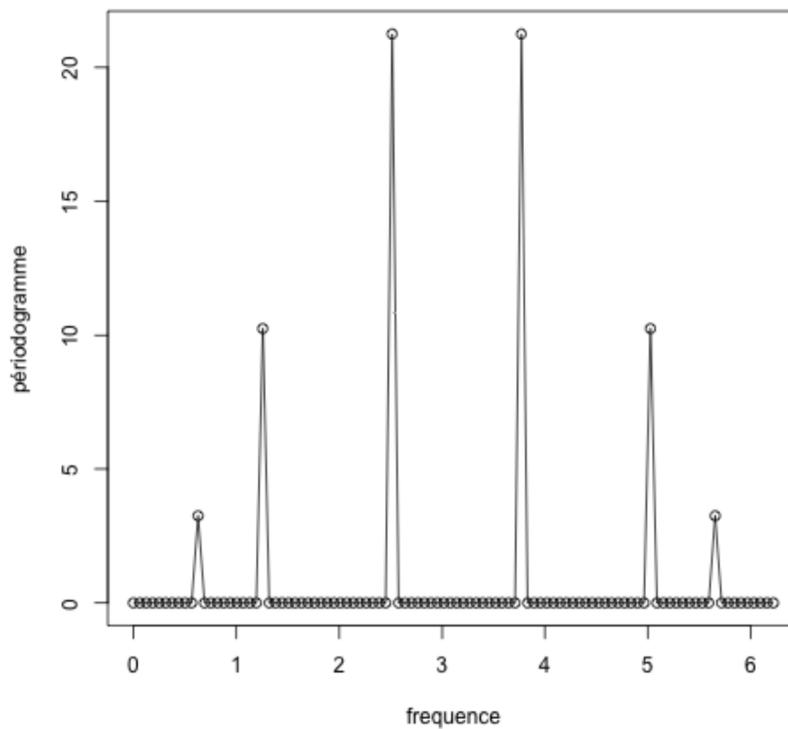


FIGURE 0.1. Periodogram (on $[0, 2\pi]$).

Les composants périodiques de x ont quelles périodes ?

- (a) 10, 5, 2.5,
(b) 2.5, 5, 10, 15, 20, 22.5,
(c) 9, 3, 1.
- (2) Je veux faire un lissage exponentiel à mémoire courte (les événements du passé lointain ne doivent pas être importants). Rappel : la formule pour la prédiction est la suivante

$$\hat{x}_{n,h} = \alpha \sum_{j=0}^{n-1} (1-\alpha)^j x_{n-j}.$$

Je choisis

- (a) α près de 0
(b) $\alpha = 0.5$
(c) α près 1.

- (3) Quelle famille de processus est un mélange d'autres familles ?
- AR
 - MA
 - ARMA
- (4) Pour un processus MA, on note $\rho(h)$ les auto-corrélations au rang h . Laquelle des ces propositions est correcte ?
- $\rho(h) \xrightarrow{h \rightarrow +\infty} 0$ (sans forcément prendre la valeur 0)
 - $\exists p$ tel que $\rho(h) = 0$ si $h > p$.
- (5) Je veux faire un lissage double-exponentiel avec le paramètre 0.8. α, β . J'utilise un lissage de Holt-Winters avec des paramètres α et β . Je dois choisir :
- $\alpha = 0.36, \beta = 0.111$,
 - $\alpha = 0.8, \beta = 0$,
 - $\alpha = 0.96, \beta = 0.667$.
- (6) (X_t) est un bruit blanc (au sens des séries temporelles) si
- $\forall h, t, \mathbb{E}(X_t) = 0, \mathbb{E}(X_t X_{t+h}) = 0$,
 - $\mathbb{E}(X_t)$ et $\text{Var}(X_t)$ ne dépendent pas de t ,
 - $\mathbb{E}(X_t)$ ne dépend pas de t , $\text{Cov}(X_t, X_{t+h})$ ne dépend pas de t .
- (7) Nous avons une série temporelle (x_1, x_2, \dots, x_n) . Supposons que nous avons estimé une tendance \hat{m}_t et une période T . La moyenne mobile estime la partie périodique par:
- $\hat{s}_t = \frac{(x_t - \hat{m}_t) + (x_{t+T} - \hat{m}_{t+T}) + \dots + (x_{t+kT} - \hat{m}_{t+kT})}{k+1}, k = \lfloor n/T \rfloor - 1$,
 - $\forall t \in \{1, 2, \dots, T\}, \hat{s}_t = \frac{(x_t - \hat{m}_t) + (x_{t+T} - \hat{m}_{t+T}) + \dots + (x_{t+kT} - \hat{m}_{t+kT})}{k+1}, k = \sup\{i : t + iT \leq n\}$,
 - $\forall t \in \{1, 2, \dots, T\}, \hat{s}_t = \frac{(x_t - \hat{m}_t) + (x_{t+T} - \hat{m}_{t+T}) + \dots + (x_{t+kT} - \hat{m}_{t+kT})}{k+1}, k = \lfloor n/T \rfloor$.
- (8) Sous l'hypothèse que les résidues `out$resid` sont un bruit blanc (hypothèse (H0)), une certaine statistique de ces résidus doit suivre une loi du χ^2 . Je veux tester cette hypothèse au niveau 0.01. J'utilise la commande `R` ad hoc (`Box.test(out$resid, lag=5)`) et l'ordinateur me donne la réponse suivante `X-squared = 0.1046, df = 5, p-value = 0.046152`. Je dois
- garder (H0),
 - rejeter (H0).