Université Nice Sophia-Antipolis
M1 IM, 2020-2021
https://math.unice.fr/~rubentha/cours.html

Séries temporelles, contrôle no 2, sujet E

Documents et calculatrices interdits. Répondre sur la copie, sans justification (c'est un QCM). Une seule réponse par question. Rendre l'énoncé avec la copie. Un point par réponse juste (zéro pour une réponse fausse).

(1) Quelle famille de processus est un mélange d'autres familles ?
- (a) AR
- (b) MA
- (c) ARMA

(2) Pour un processus AR, on note $\rho(h)$ les auto-corrélations au rang h. Laquelle des ces propositions est correcte ?
- (a) $\rho(h) \underset{h\to+\infty}{\longrightarrow} 0$ (sans forcément prendre la valeur 0)
- (b) $\exists p$ tel que $\rho(h)=0$ si $h>p$.

(3) Je veux faire un lissage exponentiel à mémoire longue (les événements du passé lointain doivent être pris en compte). Rappel : la formule pour la prédiction est la suivante

$$\widehat{x}_{n,h} = \alpha \sum_{j=0}^{n-1} (1-\alpha)^j x_{n-j}.$$

Je choisis
- (a) α près de 0
- (b) $\alpha = 0.5$
- (c) α près 1.

(4) Je veux faire un lissage double-exponential avec le paramètre 0.8. α, β. IJ'utilise un lissage de Holt-Winters avec des paramètres α et β. Je dois choisir :
- (a) $\alpha = 0.36$, $\beta = 0.111$,
- (b) $\alpha = 0.8$, $\beta = 0$,
- (c) $\alpha = 0.96$, $\beta = 0.667$.

(5) (X_t) est un bruit blanc (au sens des séries temporelles) si
- (a) $\forall h, t$, $\mathbb{E}(X_t)=0$, $\mathbb{E}(X_t X_{t+h})=0$,
- (b) $\mathbb{E}(X_t)$ ne dépend pas de t, $\mathrm{Cov}(X_t, X_{t+h})$ ne dépend pas de t,
- (c) $\mathbb{E}(X_t)$ et $\mathrm{Var}(X_t)$ ne dépendent pas de t.

(6) Nous avons une série temporelle $(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Supposons que nous avons estimé une tendance $\widehat{m}_t$ et une période T. La moyenne mobile estime la partie périodique par:
- (a) $\widehat{s}_t = \frac{(x_t-\widehat{m}_t)+(x_{t+T}-\widehat{m}_{t+T})+\dots+(x_{t+kT}-\widehat{m}_{t+kT})}{k+1}$, $k=\lfloor n/T\rfloor - 1$,
- (b) $\forall t \in \{1,2,\dots,T\}$, $\widehat{s}_t = \frac{(x_t-\widehat{m}_t)+(x_{t+T}-\widehat{m}_{t+T})+\dots+(x_{t+kT}-\widehat{m}_{t+kT})}{k+1}$, $k=\lfloor n/T\rfloor$,
- (c) $\forall t \in \{1,2,\dots,T\}$, $\widehat{s}_t = \frac{(x_t-\widehat{m}_t)+(x_{t+T}-\widehat{m}_{t+T})+\dots+(x_{t+kT}-\widehat{m}_{t+kT})}{k+1}$. $k=\sup\{i : t+iT \leq n\}$.

(7) Sous l'hypothèse que les résidues `out$resid` sont un bruit blanc (hypothèse (H0)), une certain statistique de ces résidus doit suivre une loi du $\chi 2$. Je veux tester cette hypothèse au niveau 0.05. J'utilise la commande `R` ad hoc (`Box.test(out$resid,lag=5)`) et l'ordinateur me donne la réponse suivante `X-squared = 0.1046, df = 5, p-value = 0.0478`. Je dois
- (a) garder (H0),
- (b) rejeter (H0).

(8) On observe le périodogramme d'une série temporelle x (voir Figure 0.1, attention les abscisses vont de 0 à π).

Les composants périodiques de x ont quelles périodes ?
- (a) 5, 10, 20,

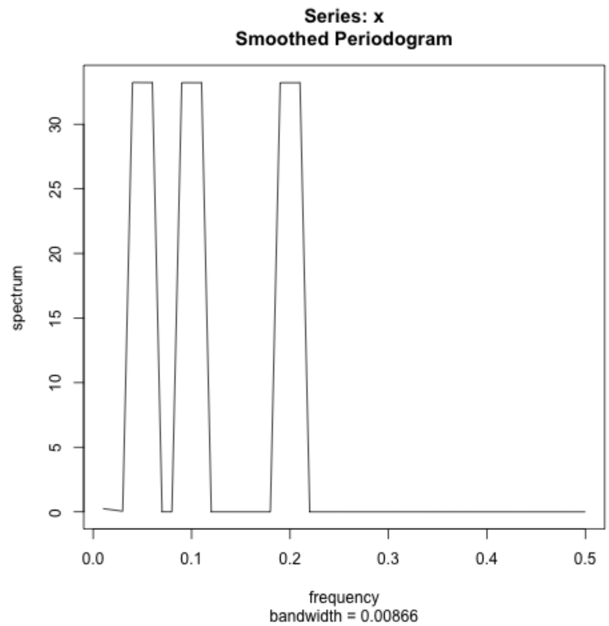

FIGURE 0.1. Periodogram (on $[0, 2\pi]$).

(b) 1, 3, 9,
(c) 1, 2, 4.