Examen de TD Proba 1
Durée : 1h

13 février 2019

Les documents, notes de cours, téléphones, tablettes ... ne sont pas autorisés. Toutes les réponses doivent être justifiées. Uniquement les copies LISIBLES seront corrigées. Le barême est donné à titre indicatif.

Question de cours [4 points] Soit Ω un ensemble fini. Donner la définition d'une probabilité, notée $\mathbb{P}$, sur Ω.

Exercice 1 [8 points] On considère Ω un ensemble fini. On rappelle qu'une variable aléatoire définie sur Ω, notée X, suit une loi binomiale de paramètres n et p si :

$$X(\Omega) = \{0, 1, ..., n\} \quad \text{et} \quad \forall k \in \{0, ..., n\}, \quad \mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

1. Soit $n \in \mathbb{N}$ un entier **pair**. Soit X une variable aléatoire sur Ω suivant une loi uniforme sur $\{1, ..., n\}$. On définit la variable aléatoire Y sur Ω de la manière suivante :

$$\forall \omega \in \Omega, \quad Y(\omega) = \begin{cases} \frac{X(\omega)}{2} & \text{si} \quad X(\omega) \quad \text{est pair,} \\ \frac{X(\omega)-1}{2} & \text{si} \quad X(\omega) \quad \text{est impair.} \end{cases}$$

   Déterminer la loi de Y.

2. Soit X une variable alétoire sur Ω suivant une loi binomiale de paramètres n et p. On définit la variable aléatoire Y de la manière suivante :

$$\forall \omega \in \Omega, \quad Y(\omega) = n - X(\omega).$$

   Montrer que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

Exercice 2 [8 points] Le but de l'exercice est de modéliser des lancers de dés. On travaille avec trois dés équilibrés et discernables. Chaque dé a six faces.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir uniquement des chiffres pairs en lançant les trois dés ?
2. Quelle est la probabilité qu'en lançant les trois dés il y ait au plus une face avec le chiffre six ?