Université de Nice Sophia Antipolis — Licence L2 - Géométrie

Année 2011/2012 - semestre 4 -

Interrogation écrite du 5 mars 2012 (durée: 30mn) - Barème (à titre indicatif): 8, 12.

Documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.

Exercice 1. Soit X un espace affine réel de dimension 3, muni d'un repère cartésien $\mathcal{R}=(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On note (x,y,z) les coordonnées d'un point M de X dans ce repère. Soient A, B, C et D les quatre points de coordonnées respectives $(1,1,1)$, $(-1,1,2)$, $(2,0,4)$ et $(3,2,1)$ dans le repère $\mathcal{R}$.

1. Après avoir vérifié que les points A, B et C ne sont pas alignés, donner (par rapport au repère $\mathcal{R}$) une équation cartésienne du plan affine qu'ils engendrent.

2. Les quatre points A, B, C et D sont-ils coplanaires? Justifiez votre réponse.

3. Soit $\vec{v}\in\vec{X}$ défini par $\vec{v}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. Ce vecteur appartient-il à la direction du plan engendré par A, B et C? Justifiez votre réponse.

Exercice 2. Soient $\mathcal{P}$ un plan affine réel, A, B et C trois points non alignés de $\mathcal{P}$. On définit une application $f:\mathcal{P}\longrightarrow\mathcal{P}$ de la manière suivante: pour $M\in\mathcal{P}$, la parallèle à la droite AB passant par M coupe la droite BC en N. On note M' le milieu du segment $[MN]$ et on pose $f(M)=M'$. L'application f ainsi définie est affine bijective (on ne demande pas de le prouver).

1. Faire un dessin et y placer les points $f(A)$, $f(B)$ et $f(C)$.
   Adjoindre un bref commentaire explicatif à votre dessin.

2. On note I le milieu du segment $[AB]$. Donner les coordonnées de $\overrightarrow{IC}$ dans la base $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ de $\vec{\mathcal{P}}$.

3. Donner la matrice de la partie linéaire $\vec{f}$ de f dans la base $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ de $\vec{\mathcal{P}}$.

4. On note J le milieu du segment $[AC]$. Faire un dessin et y placer le point D tel que $f(D)=J$. Expliquer brièvement comment on trouve le point D.