

Interrogation écrite du 5 mars 2013 (durée: 30mn) - Barème (à titre indicatif): 10, 10.

Documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.
Rédaction sobre et pertinente exigée.

Exercice 1.

Soient \mathcal{P} un plan affine réel, A, B et C trois points non alignés de \mathcal{P} . On considère un quatrième point D tel que $ABDC$ est un parallélogramme ($\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$) et on définit une application affine $f: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$ en posant $f(A) = B, f(B) = C, f(C) = D$.

1. Quelle est la matrice de \vec{f} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ de $\vec{\mathcal{P}}$?
2. Pour $M \in \mathcal{P}$, on note (x, y) les coordonnées de M dans le repère cartésien $\mathcal{R} = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. Donner, en fonction de (x, y) , les coordonnées (x', y') de $f(M)$ dans ce même repère \mathcal{R} .
3. Résoudre l'équation (d'inconnue M) $f(M) = M$.
4. Quelle est la matrice de \vec{f}^2 dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ de $\vec{\mathcal{P}}$?
5. Faire un dessin et y placer les points $A, B, C, D, f^2(A), f^2(B), f^2(C), f^2(D)$.
6. Que peut-on dire de f^2 .

Exercice 2.

Soit X un espace affine réel de dimension 3, muni d'un repère cartésien $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On note (x, y, z) les coordonnées d'un point M de X dans ce repère. Soient A, B, C_m les trois points de coordonnées respectives $(1, 1, 1), (-1, 3, 3)$ et $(3, m^2 + 2m, 2m + 1)$ dans le repère \mathcal{R} , où m est un paramètre réel. On note \mathcal{P} le plan d'équation $-x + 2y - 3z - 4 = 0$, Z_m le sous-espace affine de X engendré par les trois points A, B et C_m .

1. Donner une base de $\vec{\mathcal{P}}$ (la direction du plan affine \mathcal{P}).
2. Vérifier que $\overrightarrow{AB} \in \vec{\mathcal{P}}$. Que peut-on dire de l'intersection de la droite (AB) avec le plan \mathcal{P} ?
3. Pour quelles valeurs du paramètre m a-t-on $\overrightarrow{AC_m} \in \vec{\mathcal{P}}$?
4. Donner (selon les valeurs du paramètre réel m) la dimension du sous-espace affine Z_m .
5. Selon les valeurs du paramètre réel m , donner une description (la plus complète possible) de l'intersection $\mathcal{P} \cap Z_m$.